

Федеральное агентство по образованию
**СОЧИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(СГУ)**

Кафедра организации сервиса и безопасности на транспорте

А.М. Кириллов

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

**Учебно-методическое пособие для студентов СГУ
по курсу «Общая электротехника»**

УДК 621.3
ББК 31.2

Составитель: Кириллов Андрей Михайлович, доцент, к.ф.-м.н.
Рецензент: Карапетян Тариел Паруйрович, доцент. к.т.н.

Учебно-методическое пособие для студентов Сочинского государственного университета по курсу «Общая электротехника», целью изучения которой является усвоение студентами теоретических основ анализа и расчета линейных и нелинейных цепей постоянного и переменного тока.

Согласовано:
декан Факультета туризма и сервиса СГУ
кандидат экономических наук, А.В. Апухтин
« » октября 2013 г.

Рассмотрена на заседании кафедры
«Организация сервиса и безопасности на транспорте»
« » октября 2013 г. (Протокол №)

Заведующий кафедрой
«Организация сервиса и безопасности на транспорте»
кандидат технических наук, доцент
Т.П. Карапетян

СОДЕРЖАНИЕ

1. Методы расчета разветвленных электрических цепей
 - 1.1 Правила Кирхгофа
 - 1.2 Метод узловых потенциалов
2. Расчет цепей при гармоническом входном воздействии. Символический или комплексных амплитуд метод
 - 2.1 Реактивные элементы и их сопротивления
 - 2.2 Пример применения символического метода к расчету цепи переменного тока
 - 2.3 Векторная диаграмма токов и напряжений
 - 2.4 Баланс мощностей
3. Нелинейные электрические цепи
 - 3.1 Элементы цепей, режимы работы, параметры
 - 3.2 Расчеты нелинейных электрических цепей
4. Магнитные цепи
 - 4.1 Основные понятия и законы магнитных цепей
 - 4.2 Основные законы магнитных цепей
 - 4.3 Методы расчета магнитных цепей
 - 4.3.1 Прямая задача для неразветвленной магнитной цепи
 - 4.3.2 Прямая задача для разветвленной магнитной цепи
 - 4.4 Пример расчета прямой задачи
5. Индивидуальные задания

1. МЕТОДЫ РАСЧЕТА РАЗВЕТВЛЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

1.1 Правила Кирхгофа

Первое правило Кирхгофа (правило узлов)

Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0, \quad (1.1)$$

где n – число проводников, сходящихся в узле.

Условно принято, что токи, текущие к узлу, считаются положительными, а токи, текущие от узла, отрицательными.

Например, для рисунка 1.1 первое правило Кирхгофа запишется так:

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0.$$

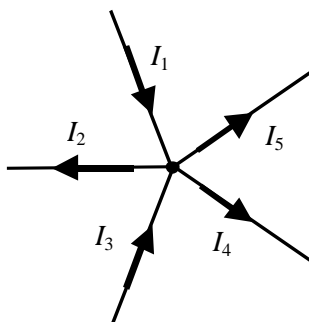


Рисунок 1.1 – Узел токов

Второе правило Кирхгофа (правило контуров)

В любом замкнутом контуре, выделенном в электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_i на соответствующие сопротивления R_i (т.е. сумма падений напряжений на сопротивлениях) равна алгебраической сумме всех электродвижущих сил ε_k в этом контуре:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{k=1}^m \varepsilon_k. \quad (1.2)$$

При суммировании соблюдаются следующие правила:

- 1) токи считаются положительными, если они совпадают с условно выбранным направлением обхода контура (отрицательным в противном случае);
- 2) ЭДС считается положительной, если она способствует протеканию тока в направлении выбранного обхода контура (направление обхода совпадает с переходом от отрицательного полюса к положительному), и отрицательной в противном случае.

Рассмотрим применение правила контуров на примере контура, представленного на рисунке 1.2:

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_3 R_3 - I_4 R_4 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3 - \varepsilon_5.$$

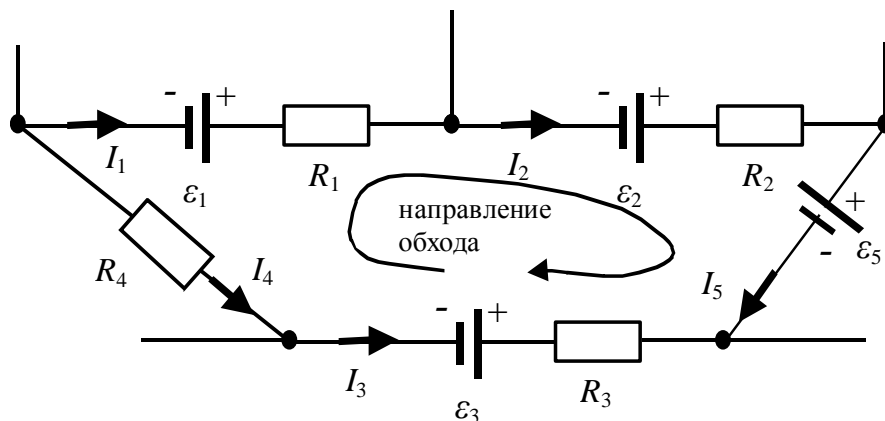


Рисунок 1.2 – Контур, выделенный из разветвленной цепи

Решим конкретную электрическую цепь с применением правил Кирхгофа (рис.1.3). Пусть ЭДС E_1, E_2, E_3 имеют указанные направления и равны соответственно 40 В, 10 В, 30 В, а величины сопротивлений в цепях $R_1 = 40$ Ом, $R_2 = 10$ Ом и $R_3 = 30$ Ом.

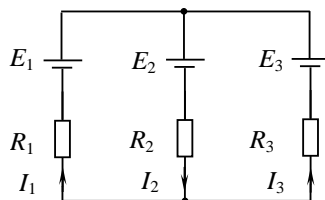


Рисунок 1.3

Направления токов выбраны произвольно. При решении задачи положительное значение тока говорит о том, что направление тока на схеме совпадает с действительным. Отрицательное значение свидетельствует о направлении, противоположном изображенному на схеме.

Уравнение, записанное для нижнего узла, по первому правилу Кирхгофа:

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0. \quad (1.3)$$

Три неизвестных значения тока наводят на мысль, что к уравнению (1.3) необходимо добавить еще два уравнения. Два «недостающих» уравнения запишем, опираясь на второе правило Кирхгофа.

Направление обхода контуров выбираем по часовой стрелке. Тогда для «левого» и «правого» контуров, соответственно, справедливы равенства:

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 = E_1 - E_2. \quad (1.4)$$

$$-R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_2 - E_3. \quad (1.5)$$

В итоге получаем систему:

$$\begin{cases} -I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ R_1 I_1 + R_2 I_2 = E_1 - E_2 \\ -R_2 I_2 - R_3 I_3 = E_2 - E_3 \end{cases}. \quad (1.6)$$

Решим систему (1.6) методом Крамера. Определитель, составленный из коэффициентов при неизвестных:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 1 & -1 \\ R_1 & R_2 & 0 \\ 0 & -R_2 & -R_3 \end{vmatrix} = R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3 = 1900 \text{ Ом}^2.$$

Заменяем в определителе (1.7) первый столбец столбцом, составленным из свободных членов системы (1.6):

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ E_1 - E_2 & R_2 & 0 \\ E_2 - E_3 & -R_2 & -R_3 \end{vmatrix} = R_2(E_1 - E_2) + R_2(E_2 - E_3) + R_3(E_1 - E_2) = 1000 \text{ Ом} \cdot \text{В}.$$

Тогда $I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1000}{1900} \approx 0,526 \text{ А}$. Аналогично найдем токи во второй и третьей ветвях:
 $I_2 \approx 0,895 \text{ А}$, $I_3 \approx 0,368 \text{ А}$.

Отрицательное значение тока в третьей ветви означает, что ток течет в направлении, противоположном изображенному на рисунке 1.3.

Проверкой правильности решения задач на электрический ток является выполнение баланса мощностей:

$$P_{\text{номр}} = P_{\text{уст}}. \quad (1.7)$$

В нашем случае выражение (1.7) имеет вид:

$$I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 = I_1 E_1 - I_2 E_2 + I_3 E_3.$$

Рассчитав, получаем $P_{\text{номр}} = 23,13 \text{ Вт}$ и $P_{\text{уст}} = 23,13 \text{ Вт}$. Таким образом, делаем вывод о правильности проведенных расчетов. Отметим, что знак “-“ перед произведением $I_2 E_2$ связан с тем, что направления тока и ЭДС в этой ветви противоположны.

1.2 Метод узловых потенциалов

Первым шагом метода является выбор узла на некоторой ветви, потенциал которого принимается за нулевой. Затем рассчитывается потенциал узла, находящегося на этой же ветви. Далее по известной разности потенциалов, применив закон Ома, можно рассчитать ток в данной ветви. Метод особенно удобен при решении цепей, содержащих два узла, или преобразованных в таковые.

Решим данным методом задачу, решенную ранее с помощью правил Кирхгофа (рис. 1.4).

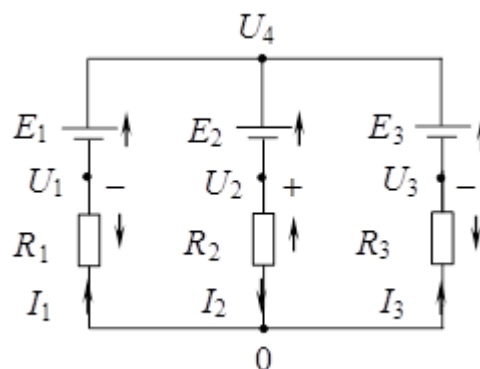


Рисунок 1.4

На схеме, представленной на рис. 1.4, стрелки, изображенные рядом с источниками ЭДС, указывают направления, в которых соответствующие ЭДС способствуют протеканию электрического тока (условно-положительные направления ЭДС).

На основании закона Ома и правил Кирхгофа можно получить формулу для расчета потенциала одного из узлов при условии, что потенциал второго принят равным нулю:

$$U = \frac{\sum \pm E_i Y_i}{\sum Y_i}, \quad (1.8)$$

где $Y_i = \frac{1}{R_i}$ - проводимость соответствующего участка цепи (величина, обратная электрическому сопротивлению). Знак слагаемого в сумме, находящейся в числителе отношения (1.8), выбирается согласно направлению стрелки около источника ЭДС. Если стрелка направлена к узлу, то берется знак "+", в противном случае - "-".

В нашем случае

$$U = \frac{E_1 Y_1 + E_2 Y_2 + E_3 Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{40}{40} + \frac{10}{10} + \frac{30}{30}}{\frac{1}{40} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30}} = \frac{3}{0,025 + 0,1 + 0,033} \approx 18,95 \text{ В.}$$

Потенциалы точек 1, 2 и 3 относительно точки нулевого потенциала соответственно равны:

$$U_1 = U_4 - E_1 = 18,95 - 40 = -21,05 \text{ В;}$$

$$U_2 = U_4 - E_2 = 18,95 - 10 = 8,95 \text{ В;}$$

$$U_3 = U_4 - E_3 = 18,95 - 30 = -11,05 \text{ В.}$$

При нахождении потенциалов некоторых выбранных точек ветви также необходимо учесть подключение источника ЭДС. Если стрелка около ЭДС направлена к точке берется знак "+", если стрелка направлена в противоположную сторону - "-".

На рисунке символами + и - помечены знаки падений напряжений на резисторах R_1 , R_2 , R_3 и отмечены реальные направления токов через них. Ток через резистор течет в направлении от зажима с более высоким потенциалом к зажиму с более низким потенциалом.

Теперь по закону Ома для участка цепи определим токи в ветвях I_1 , I_2 и I_3 :

$I_1 = U_1/R_1 = 21,05 \text{ В}/40 \text{ Ом} = 0,526 \text{ А}$. Направление тока принято вверх по ветви, против направления падения напряжения на резисторе R_1 .

$I_2 = U_2/R_2 = 8,95 \text{ В}/10 \text{ Ом} = -0,895 \text{ А}$. Направление тока принято вниз по ветви, против направления падения напряжения на резисторе R_2 .

$I_3 = U_3/R_3 = 11,05 \text{ В}/30 \text{ Ом} = 0,368 \text{ А}$. Направление тока принято вверх по ветви, против направления падения напряжения на резисторе R_3 .

Таким образом, в верхнем узле схемы сходятся три тока I_1 , I_2 и I_3 . Из них токи I_1 и I_3 втекают в узел, а ток I_2 вытекает из узла, и в соответствии с первым законом Кирхгофа их алгебраическая сумма равна нулю: $I_1 - I_2 + I_3 = 0,5263 - 0,8947 + 0,3684 = 0$.

Для иллюстрации выполнения второго закона Кирхгофа составим уравнение для суммы ЭДС и падений напряжений для контура R_1 , E_1 , E_3 , R_3 (направление обхода контура считаем по часовой стрелке):

$$-U_1 + E_1 - E_3 + U_3 = -21,05 + 40 - 30 + 11,05 = 0.$$

Здесь знак слагаемого положительный, если направление разности потенциалов на зажимах элемента совпадает с направлением обхода и наоборот.

Для контура R_1 , E_1 , E_2 , R_2 соответственно имеем:

$$-U_1 + E_1 - E_2 - U_2 = -21,05 + 40 - 10 - 8,95 = 0.$$

Среди традиционных методов расчета разветвленных электрических цепей также методы: наложения (суперпозиции), эквивалентного генератора, контурных токов. Однако базисом всех этих методов являются все те же законы Ома и Кирхгофа.

2. РАСЧЕТ ЦЕПЕЙ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВХОДНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ. СИМВОЛИЧЕСКИЙ ИЛИ КОМПЛЕКСНЫХ АМПЛИТУД МЕТОД

2.1 Реактивные элементы и их сопротивления

В случае переменного тока значительное влияние на процессы в цепи начинают оказывать так называемые реактивные элементы: емкостного (конденсаторы) и индуктивного (катушки индуктивности или соленоиды) типов. Оба типа элементов с энергетической точки зрения являются «запасниками» энергии: емкостные элементы запасают электрическую энергию, индуктивные – магнитную. При совершенно разном с физической точки зрения принципе работы влияние емкости и индуктивности можно формально свести к их сопротивлению протеканию тока. Эти элементы называются реактивными, а их сопротивления соответственно – реактивным емкостным (емкостным) и реактивным индуктивным (индуктивным). Влияние реактивного сопротивления связано не только с ограничением величины электрического тока в цепи, но и «временному» сдвигу электрического тока относительно напряжения (так называемый «сдвиг по фазе»).

Опустив физическую сторону вопроса, приведем формулы для реактивного и полного сопротивления цепи:

1) емкостное сопротивление - $Z_C = \frac{1}{\omega C}$;

2) индуктивное сопротивление - $Z_L = \omega L$;

3) полное реактивное сопротивление - $Z_{LC} = Z_L - Z_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ (при последовательном соединении);

4) полное сопротивление - $Z = \sqrt{R^2 + Z_{LC}^2} = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$.

Расчет цепей при гармоническом воздействии также как и для цепей постоянного тока базируется на тех же законах и методах (закон Ома, правила Кирхгофа и др.). Эти законы и методы справедливы для мгновенных значений электрических величин и их «прямое» применение, когда величины описываются тригонометрическими функциями, может быть очень затруднительным. В этом случае значительно облегчает решение задачи метод комплексных амплитуд (символический метод).

2.2 Пример применения символического метода к расчету цепи переменного тока

В качестве примера рассчитаем электрическую четырехполюсную цепь (см. рис. 2.1). Пусть даны величины элементов цепей $R = 1$ кОм, $L = 1$ мГн, а также частота $\omega = 10^6$ рад/с, амплитуда $U_{\text{вх}} = 1$ В и начальная фаза $\varphi_{\text{вх}} = 30^\circ$ гармонического входного напряжения $u_{\text{вх}}(t)$.

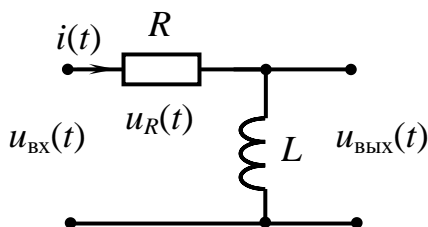


Рисунок 2.1 – Электрическая схема цепи

Данная линейная электрическая цепь находится под воздействием гармонического колебания, поэтому для ее расчета применим символический метод. Определим вначале ток в цепи $i(t)$, основываясь на *комплексном* представлении реальной цепи, в которой резистор и катушка индуктивности заменены их комплексными образами, а гармонические электрические колебания — их комплексными амплитудами (см. рис. 2.2).

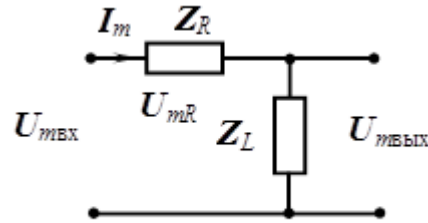


Рисунок 2.2 – Комплексное представление цепи

Ток в цепи $i(t)$ определяем символическим методом, выполняя четыре последовательных шага.

- 1) Гармоническое воздействие $u_{вх}(t)$ заменяется его комплексной амплитудой:

$$u_{вх}(t) = U_{мвх} \cos(\omega t + \varphi_{вх}) = 1 \cos(10^6 t + 30^\circ) \doteq U_{мвх} e^{j30^\circ}.$$

- 2) Определяется входное сопротивление цепи:

$$\begin{aligned} Z_{вх} &= Z_R + Z_L = R + j\omega L = 10^3 + j10^6 \cdot 10^{-3} = \\ &= 10^3(1 + j) = 10^3 \sqrt{2} e^{j45^\circ}. \end{aligned}$$

- 3) По закону Ома в комплексной форме ток в цепи равен

$$I_m = U_{мвх} / Z_{вх} = \frac{e^{j30^\circ}}{10^3 \sqrt{2} e^{j45^\circ}} = \frac{1}{\sqrt{2}} 10^{-3} e^{-j15^\circ} = I_m e^{j\varphi_i}.$$

- 4) Совершая обратный переход от комплексной формы тока I_m к действительной $i(t)$, имеем искомый ток:

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i) = 0,707 \cos(10^6 t - 15^\circ), \text{ мА.}$$

Напряжения на элементах цепи R и L в комплексной форме определяются по закону Ома:

$$U_{mR} = U_{mR} e^{j\varphi_1} = I_m Z_R = I_m e^{j\varphi_i} R = \frac{1}{\sqrt{2}} 10^{-3} e^{-j15^\circ} 10^3 = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j15^\circ};$$

$$\begin{aligned} U_{mL} &= U_{мвых} = U_{mL} e^{j\varphi_2} = I_m Z_L = I_m e^{j\varphi_i} j\omega L = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} 10^{-3} e^{-j15^\circ} 10^3 e^{j90^\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j75^\circ}. \end{aligned}$$

Соответствующие гармонические напряжения на этих элементах получают обратным переходом:

$$\begin{aligned} u_R(t) &= U_{mR} \cos(\omega t + \varphi_1) = 0,707 \cos(10^6 t - 15^\circ), \text{ В;} \\ u_{mL}(t) &= u_{мвых}(t) = U_{mL} \cos(\omega t + \varphi_2) = 0,707 \cos(10^6 t + 75^\circ), \text{ В.} \end{aligned}$$

2.3 Векторная диаграмма токов и напряжений

В случае переменного гармонического воздействия на цепь проверку правильности решения, а также и сам расчет (графический метод), можно выполнить, построив векторную диаграмму амплитуд токов и напряжений. В выбранном масштабе амплитуды напряжений строятся с учетом рассчитанных фаз на комплексной плоскости. Фазы учитываются как углы, откладываемые для соответствующих величин от вещественной оси.

Построение векторных диаграмм токов и напряжений для рассчитываемой цепи выполняется по результатам расчетов. Вначале в выбранном масштабе строится вектор входного напряжения $U_{мвх}$ под углом $\varphi_{вх} = 30^\circ$, затем строится вектор тока в цепи I_m под углом $\varphi_i = -15^\circ$, вектор U_{mR} совпадает с ним по направлению, из конца этого вектора под прямым углом проводится вектор U_{mL} . Геометрическая сумма этих векторов равна вектору $U_{мвх}$. Данная векторная диаграмма является топографической.

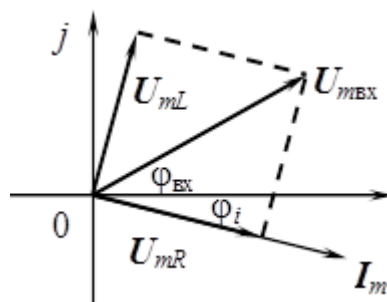


Рисунок 2.3 – Векторная диаграмма амплитуд

2.4 Баланс мощностей

В электротехнике для расчета мощности, потребляемой цепью, принята величина *кажущейся мощности* S , которая определяется как произведение комплексного действующего значения напряжения, приложенного к цепи U , на действующее значение комплексно-сопряженного тока \hat{I} , потребляемого цепью:

$$S = U \cdot \hat{I}. \quad (2.1)$$

Развернем это выражение:

$$\begin{aligned} S &= S e^{j\varphi_z} = U \cdot \hat{I} = I z \cdot \hat{I} = I^2 z = I^2 (R + j Z_{LC}) = \\ &= P + j Q = I^2 [R + j (Z_L - Z_C)] = P + j (Q_L - Q_C). \end{aligned} \quad (2.2)$$

В выражении (2.2) приняты следующие обозначения и виды мощностей:

$P = I^2 R$ — активная составляющая мощности (джоулева мощность), измеряется в ваттах (Вт),

$Q = I^2 Z_{LC}$ — суммарная *реактивная* («безваттная») мощность, принято говорить, что она измеряется в варах (ВАР — вольт-амперы реактивные). Она складывается из двух составляющих (при наличии в цепи одновременно катушек индуктивности и конденсаторов)

$$Q = Q_L - Q_C, \quad (2.3)$$

где $Q_L = I^2 Z_L$ — реактивная мощность катушки индуктивности,

$Q_C = I^2 Z_C$ — реактивная мощность конденсатора,

$S = I^2 Z$ — величина (модуль) кажущейся мощности, измеряется в вольт-амперах (ВА).

На рис. 2.4 в полярных координатах показан вектор мощности S со своими составляющими — проекциями P и Q , являющимися катетами прямоугольного треугольника.

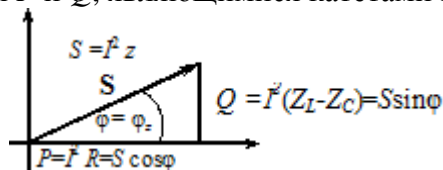


Рисунок 2.4 – К пояснению составляющих кажущейся мощности

Между названными составляющими мощности, как следует из (2.2) и рис. 2.4, имеют место следующие соотношения:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad (2.4)$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}. \quad (2.5)$$

$$P = S \cos \varphi, \quad (2.6)$$

$$Q = S \sin \varphi. \quad (2.7)$$

Подчеркнем, что угол φ на рис. 2.4 равен $\varphi_z = \arctg \frac{Z_{LC}}{R}$, т.е. аргументу полного сопротивления цепи.

При проверке верности расчетов цепей гармонического тока применяют процедуру подведения *баланса мощностей*. Ее суть в следующем.

Пусть в цепи всего v источников напряжения E , l резисторов, m катушек индуктивности и n конденсаторов.

Считаем, что цепь рассчитана, т.е. определены комплексные токи всех ветвей (через каждый элемент цепи) и определены их действующие значения I . Баланс мощностей составляется на основе (2.2, 2.6, 2.7) и выражается равенствами:

$$\sum_{i=1}^v E_i I_i \cos \varphi_i = \sum_{s=1}^l I_s^2 R_s, \quad (2.8)$$

$$\sum_{i=1}^v E_i I_i \sin \varphi_i = Q_L - Q_C = \sum_{q=1}^m I_q^2 \omega L_q - \sum_{r=1}^n I_r^2 \frac{1}{\omega C_r}. \quad (2.9)$$

Отношение (2.8) устанавливает равенство активной составляющей мощности, отбираемой от источников энергии, и суммарной мощности, выделяемой во всех резисторах цепи.

Равенство (2.9) проверяет баланс суммарной реактивной составляющей мощности источников энергии и суммарной реактивной мощности, развиваемой во всех реактивных элементах цепи.

В системах электроснабжения промышленных объектов широко распространен термин «*косинус фи*» — $\cos \varphi$. По другому это звучит как «коэффициент мощности». Важность этого показателя для системы состоит в следующем.

При передаче больших мощностей по линиям передачи энергии существенными становятся джоулевы потери за счет омического сопротивления проводов. Эти потери прямо пропорциональны квадрату действующего значения тока в линии.

В то же время полезная потребляемая мощность является активной. Наличие же реактивных составляющих в нагрузке потребителя ведет к необходимости питания его повышенным уровнем мощности $S > P$, а это требует увеличения тока в линии передачи энергии, что, в свою очередь, приводит к увеличению в них тепловых потерь. С целью улучшения показателей энергосистемы потребителя вводятся специальные штрафные санкции, призванные повышать величину «косинуса фи» на стороне потребителя электрической энергии.

Проверим баланс мощностей для цепи, представленной на рисунке 2.1 при заданных и рассчитанных ранее параметрах.

Кажущаяся мощность:

$$S = I_m U_{\text{мвх}} = 0,707 \cdot 10^{-3} \cdot 1 = 0,707 \cdot 10^{-3} \text{ ВА.}$$

Активная мощность:

$$P = S \cos \varphi = 0,707 \cdot 10^{-3} \cdot \cos 45^\circ = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ Вт.}$$

$$P = I_m^2 R = (0,707 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1000 = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность:

$$Q = S \sin \varphi = 0,707 \cdot 10^{-3} \cdot \sin 45^\circ = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ ВАр.}$$

$$Q = I_m^2 Z_L = I_m^2 \omega L = (0,707 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ ВАр.}$$

Баланс выполняется, что говорит о верности расчетов.

3. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

3.1 Элементы цепей, режимы работы, параметры

Классификация нелинейных элементов. Определения. Элементы электрических цепей, подразделяют на активные и пассивные. К первым относятся источники электрической энергии, источники сигналов. Пассивные элементы электрических цепей — резисторы, катушки индуктивности, конденсаторы могут быть, в свою очередь, разделены на *линейные* и *нелинейные*.

Существует также широкая группа нелинейных элементов, как пассивных, так и активных: нелинейные резисторы, конденсаторы, катушки индуктивности, электронные, ионные и полупроводниковые приборы, а также другие многочисленные элементы, основанные на принципах взаимодействия носителей тока с тепловыми, световыми и электромагнитными полями, оптические квантовые генераторы и проч.

Нелинейной считается цепь, содержащая хотя бы один нелинейный элемент.

Нелинейными (НЭ) называются элементы, параметры которых зависят от величины и (или) направления связанных с этими элементами переменных (напряжения, тока, магнитного потока, заряда, температуры, светового потока и др.). Нелинейные элементы описываются нелинейными характеристиками, которые не имеют строгого аналитического выражения, определяются экспериментально и задаются таблично или графиками.

НЭ подразделяются на *резистивные*, поведение которых описывается *нелинейными алгебраическими уравнениями*, и *энергоемкие*, описываемые *нелинейными дифференциальными уравнениями*, — нелинейные конденсаторы и нелинейные катушки индуктивности.

В электротехнике более часто применяются нелинейные резистивные цепи, поэтому дальнейшее изложение сократим до рассмотрения только круга *нелинейных резистивных цепей*.

К этому классу цепей относятся цепи, содержащие, например, такие широко известные элементы, как варисторы, терморезисторы, полупроводниковые диоды, транзисторы, электровакуумные приборы и др.

НЭ можно разделить на *двух-* и *многополюсные*. Последние содержат три (различные полупроводниковые и электронные триоды) и более (магнитные усилители, многообмоточные трансформаторы, тетроды, пентоды и др.) выводов, с помощью которых они подсоединяются к электрической цепи.

С функциональной точки зрения двухполюсные НЭ относят к неуправляемым НЭ. Общее условное графическое обозначение двухполюсного неуправляемого резистивного нелинейного элемента показано на рис. 3.1.

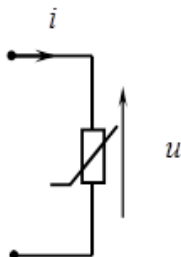


Рисунок 3.1 — УГО резистивного нелинейного элемента

Однако некоторые НЭ, являясь формально двухполюсниками и имея физически два электрических вывода, управляются внешним воздействием, например теплом в случае терморезистора, световым потоком — в случае фотодиода и др.

Многополюсные НЭ относят к управляемым. На рис. 3.2 показано обобщенное представление четырехполюсного управляемого резистивного НЭ.

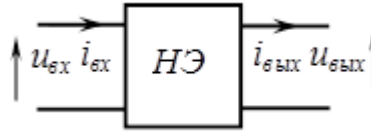


Рисунок 3.2 — Управляемый нелинейный четырехполюсный элемент

Характерной особенностью многополюсных (управляемых) элементов является то, что в общем случае их свойства определяются семействами входных, выходных и сквозных характеристик. Например, входные характеристики строят для ряда фиксированных значений одной из выходных электрических переменных, выходные — для ряда фиксированных значений одной из входных переменных.

По другому признаку классификации НЭ можно разделить на инерционные и безынерционные. *Инерционными называются элементы, характеристики которых зависят от скорости изменения переменных. Безынерционными называются элементы, характеристики которых не зависят от скорости изменения переменных.*

Основной характеристикой нелинейного резистивного элемента является его статическая вольт-амперная характеристика (ВАХ).

ВАХ нелинейного резистивного элемента — это зависимость между током i , проходящим через элемент, и падением напряжения на нем u . ВАХ резистивного элемента цепи выражается некоторой функциональной зависимостью $i=f(u)$. ВАХ обычно определяют экспериментальным путем и представляют в виде таблиц или графиков.

В зависимости от вида характеристик различают НЭ с симметричными и несимметричными характеристиками. Симметричной называется характеристика, не зависящая от направления определяющих ее величин, т.е. имеющая симметрию относительно начала системы координат (рис. 3.3). Наличие у НЭ симметричной характеристики позволяет в целом ряде случаев упростить анализ схемы, осуществляя его в пределах одного квадранта.

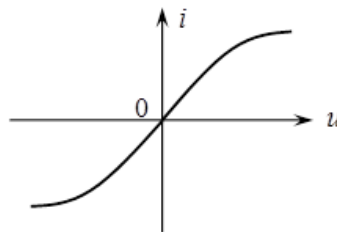


Рисунок 3.3 – Симметричная ВАХ

По типу характеристики можно также разделить все НЭ на элементы с однозначной (рис. 3.3) и неоднозначной характеристиками N -типа (рис. 3.4, а) и S -типа (рис. 3.4, б). В случае неоднозначной характеристики каким-то значениям напряжения могут соответствовать два или более значения тока, или наоборот. Например, на ВАХ (рис. 3.4, б) одному напряжению U соответствует три тока I_1, I_2, I_3 .

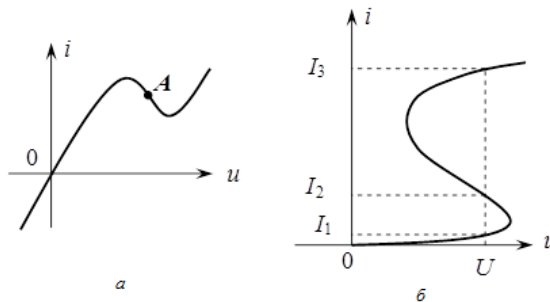


Рисунок 3.4 – Многозначные ВАХ (а) N -типа (туннельный диод) и (б) S -типа (тиристор)

Понятия рабочей точки, режимов и классов работы НЭ. Нелинейный элемент в составе электрической цепи всегда устанавливается в требуемый *режим работы*. Понятие режима работы связано с двумя его основными показателями: *расположением рабочей точки на ВАХ нелинейного элемента и величиной сигнала, действующего относительно рабочей точки*.

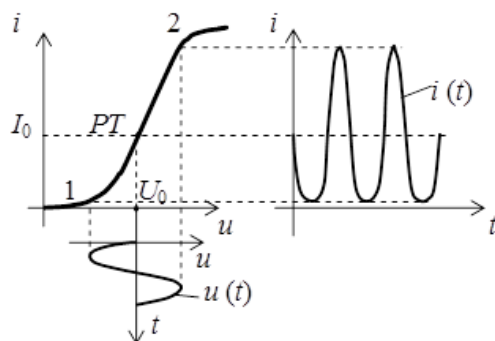


Рисунок 3.5 – К пояснению режимов работы нелинейного элемента

Под рабочей точкой понимают любую точку, принадлежащую ВАХ данного НЭ (рис. 3.5). Положение рабочей точки может быть задано либо приложением напряжения смещения U_0 , либо фиксацией постоянной величины тока I_0 . Режим, в котором НЭ работает при неизменном положении рабочей точки, носит название статического или режима постоянного тока. Положение рабочей точки на ВАХ можно изменять, управляя одной из ее координат U_0 или I_0 . Изменение положения рабочей точки возможно с помощью некоторого управляющего устройства.

Однако НЭ в первую очередь предназначены для *преобразования сигналов*, поэтому в реальном устройстве относительно рабочей точки действует некоторый сигнал, представленный изменениями напряжения или тока. На рис. 3.5 показано, как приложение некоторого гармонического напряжения $u(t)$ относительно рабочей точки U_0 перемещает последнюю по ВАХ в пределах между положениями 1 и 2, вызывая при этом негармонический ток $i(t)$ в силу нелинейности ВАХ. Данный режим носит название *динамического* или *режима переменного тока*.

Приложенный к НЭ сигнал может иметь разную величину. Если размах сигнала мал в сравнении с протяженностью ВАХ (рис. 3.6, а), то такой динамический режим носит название *режима малого сигнала*. Когда размах сигнала соизмерим с протяженностью ВАХ или превышает ее, говорят, что нелинейный элемент работает в *режиме большого сигнала* (рис. 3.6, б). Кроме того, в практике широко пользуются понятием *класса режима работы*. Различают несколько таких классов.

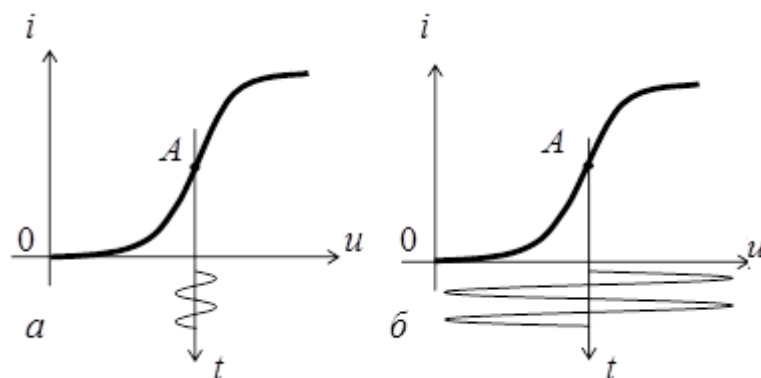


Рисунок 3.6 – Режимы работы: а – режим малого сигнала; б – режим большого сигнала

На рисунке 3.6, а рабочая точка находится на линейном участке, и малый сигнал не выходит за рамки этой линейной части ВАХ. Такой малосигнальный режим принято называть *режимом класса «А»* или *линейным режимом работы* нелинейного элемента.

Другой характерный режим — режим класса «B» — представлен на рисунке 3.7, а. Рабочая точка B находится у нижнего сгиба ВАХ, и воздействие велико, так что ток представляет собой последовательность «полуволновых» импульсов, характерную тем, что ток через НЭ протекает в течение половины периода сигнала.

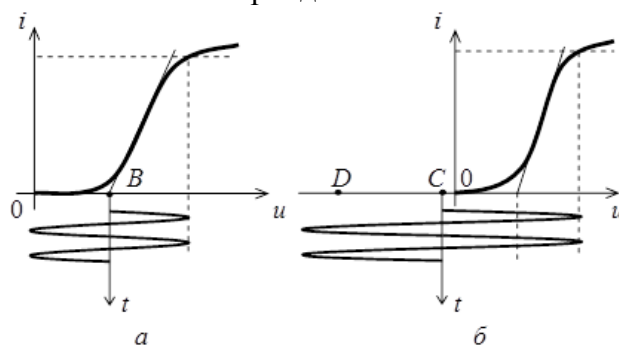


Рисунок 3.7 — Режимы работы: а — класса «B»; б — классов «C», «D»

Если рабочую точку переместить левее, увеличив размах сигнала (рис. 3.7, б), то режим работы будет соответствовать классу «C».

При смещении рабочей точки в положение D и дальнейшем увеличении размаха сигнала нелинейный элемент работает в режиме класса «D».

Три последних режима B , C и D характерны тем, что ток через нелинейный элемент носит импульсный характер и протекает в течение времени, равного (B) и меньшего половины периода (C и D) приложенного сигнала. Поэтому эти режимы работы называют режимами работы с отсечкой тока.

3.2 Расчеты нелинейных электрических цепей

Для нелинейных цепей, так же как и для линейных, справедливы законы Кирхгофа. Особенность нелинейных цепей в уравнениях, составленных по законам Кирхгофа, отражается зависимостью коэффициентов уравнений от воздействий и реакций (напряжений и токов). Следовательно, процессы в нелинейной электрической цепи описываются нелинейными уравнениями, т.е. уравнениями, в которых хотя бы один из коэффициентов зависит от переменной.

При анализе нелинейных цепей *нельзя* пользоваться методами, основанными на принципе суперпозиции (метод контурных токов, узловых потенциалов), т.к. параметры цепи при одном источнике отличаются от параметров при нескольких источниках.

Первый этап анализа нелинейных цепей — нахождение постоянных токов и напряжений на элементах цепи при отсутствии переменных воздействий, т.е. определение положения *рабочей точки*. Такую задачу можно решить графическим методом.

Рассмотрим простейшую цепь, состоящую из идеального источника постоянного напряжения E и нелинейных сопротивлений $R_1(i)$ и $R_2(i)$ (рис. 3.8, а). ВАХ нелинейных сопротивлений $R_1(i)$ и $R_2(i)$ заданы графически и приведены на рис. 3.8, б.

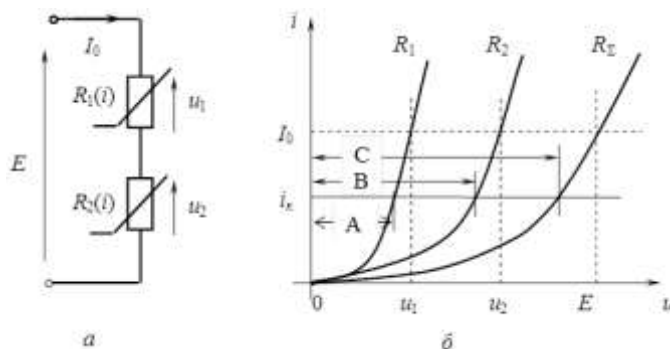


Рисунок 3.8 – Последовательное соединение нелинейных элементов

Очевидно, что при любом значении тока i напряжение u на зажимах данного участка цепи равно сумме напряжений на каждом из нелинейных сопротивлений:

$$u = u_1(i) + u_2(i).$$

Следовательно, если при некотором значении тока в цепи i_k просуммировать абсциссы точек пересечения ВАХ нелинейных сопротивлений с прямой $i=i_k$ ($C = A+B$), то полученная точка C будет являться точкой результирующей ВАХ последовательного соединения нелинейных сопротивлений. Таким образом, участок цепи, содержащий два последовательно включенных нелинейных сопротивления R_1 и R_2 , может быть заменен одним нелинейным сопротивлением R_Σ , ВАХ которого получается путем суммирования абсцисс ВАХ составляющих сопротивлений.

Построив ВАХ последовательного соединения нелинейных сопротивлений, можно вернуться к исходной задаче — определить ток в цепи и напряжения на резисторах R_1 и R_2 , если известна величина E . Для этого отложим по оси абсцисс величину напряжения, равную E , и из этой точки восстановим перпендикуляр до пересечения с ВАХ R_Σ . Точка их пересечения определит искомый ток в цепи I_0 . Пересечение прямой $i = I_0$ с ВАХ сопротивлений R_1 и R_2 позволяет найти искомые падения напряжений на этих нелинейных сопротивлениях u_1 и u_2 . Из рисунка хорошо видно, что ток через оба нелинейных сопротивления одинаков и второй закон Кирхгофа для напряжений выполняется ($E = u_1 + u_2$).

Рассмотренный графический метод нагляден и прост, однако громоздок, т.к. для определения единственного значения тока I_0 необходимо строить суммарную ВАХ.

В простейшем случае, когда рассматриваемая цепь содержит только два последовательно включенных сопротивления, а ЭДС источника имеет одно фиксированное значение E , для определения рабочей точки можно воспользоваться более простым приемом, позволяющим обойтись без построения суммарной ВАХ. С этой целью на оси напряжений (рис. 3.9, а) откладывают отрезок, соответствующий заданному значению ЭДС источника напряжения E . Из этой точки строят зеркальное отображение ВАХ одного из элементов, например сопротивления R_2 . ВАХ другого элемента строят в обычных координатах. В точке пересечения характеристик выполняются условия электрического равновесия цепи — при одинаковом токе (I_0) через нелинейные сопротивления для напряжений выполняется закон Кирхгофа ($E = u_1 + u_2$). Следовательно, точка пересечения кривых и есть искомая рабочая точка, а ток в цепи равен I_0 .

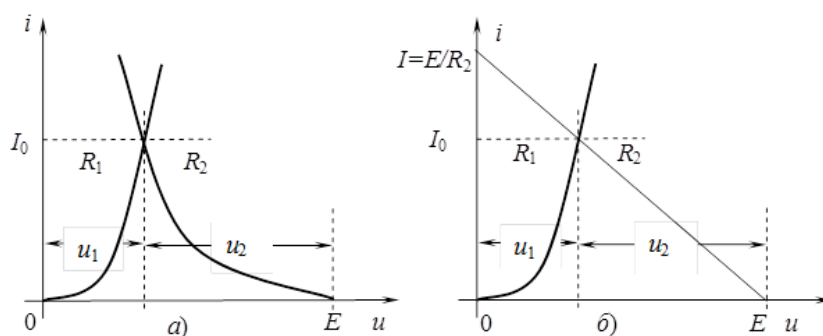


Рисунок 3.9 - Определение рабочей точки последовательного соединения двух элементов («зеркальный» метод)

Если одно из сопротивлений, например R_2 , является линейным (рис. 3.9, б), то задача определения рабочей точки нелинейной цепи с последовательным соединением двух сопротивлений упрощается.

В этом случае для определения рабочей точки нелинейного сопротивления R_1 необходимо найти точку пересечения его ВАХ с ВАХ линейного сопротивления, которая в этом случае вырождается в прямую, проходящую через точку E на оси напряжений и точку $I = E/R_2$ на оси токов, причем R_2 это значение линейного сопротивления. Сопротивление R_2 , ВАХ которого представляется прямой линией, обычно рассматривается как *сопротивление нагрузки* нелинейного элемента R_1 а прямая, отображающая ВАХ этого сопротивления, называется *нагрузочной прямой*. Уравнение нагрузочной прямой имеет вид

$$i = (E - u) / R_2. \quad (3.1)$$

В уравнении (3.1) ток i и напряжение u — текущие координаты нагрузочной прямой. Точка пересечения нагрузочной прямой и ВАХ нелинейного элемента, определяющая ток в цепи (I_0) и напряжения на элементах цепи, является *рабочей точкой*.

Подобно изложенному выше способу может быть решена и задача расчета цепи в случае параллельного соединения нелинейных сопротивлений (рис. 3.10).

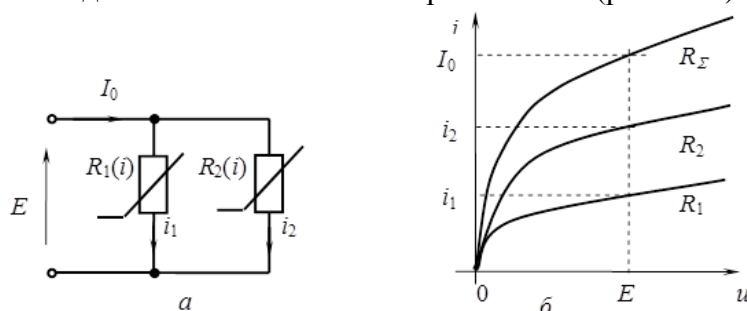


Рисунок 3.10 - Параллельное соединение нелинейных элементов

Как и в случае последовательного соединения, при параллельном соединении можно построить суммарную ВАХ параллельного включения НЭ. Однако если при последовательном включении для получения суммарной характеристики суммировались напряжения при одинаковых токах, то при параллельном соединении необходимо суммировать токи при одинаковых напряжениях, так как для данной цепи исходным является первый закон Кирхгофа $I_0 = i_1 + i_2$.

На рис. 3.10, б показан пример построения ВАХ (R_Σ) параллельного соединения двух нелинейных сопротивлений $R_1(i)$ и $R_2(i)$. Здесь для каждой абсциссы (E) просуммированы ординаты кривых R_1 и R_2 (i_1 и i_2).

В случае если при параллельном соединении двух элементов задан ток генератора, можно найти рабочую точку без построения суммарной ВАХ соединения. Задача решается аналогично задаче последовательного соединения. Характеристика одного нелинейного элемента строится в обычных координатах, а ВАХ другого элемента строится обращенной из точки $i = I_0$. Точка пересечения обеих ВАХ определяет рабочую точку цепи.

Вольт-амперную характеристику конкретного НЭ можно задать тремя основными способами: графическим, табличным и аналитическим в виде какой-либо приближенной функции. Приближение зависимости одной величины от другой к какой-либо известной функции принято называть *аппроксимацией*. Задание такого рода зависимостей не предполагает под собой точной теоретической модели, однако позволяет, используя известные математические методы, оперировать искомыми и заданными электрическими величинами

Применение графоаналитических и численных методов предполагает два этапа. На первом этапе ВАХ, определенная экспериментальным путем и представленная в виде таблицы или графика, заменяется аналитической функцией (*аппроксимируется*). На практике пользуются сравнительно простыми аппроксимирующими функциями, удобными при аналитическом исследовании, хотя и неточно представляющими реальную характеристику. На втором этапе аналитическое выражение ВАХ используется совместно с исходным нелинейным уравнением для нахождения его решения.

4. МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ

4.1 Основные понятия магнитных цепей

Все вещества в магнитном отношении делятся на две группы: *ферромагнитные* (относительная магнитная проницаемость) $\mu \gg 1$ и *неферромагнитные* (относительная магнитная проницаемость) $\mu \approx 1$.

Для концентрации магнитного поля и придания ему желаемой конфигурации отдельные части электротехнических устройств выполняются из ферромагнитных материалов. Эти части называют *магнитопроводами* или *сердечниками*. Магнитный поток создается токами, протекающими по обмоткам электротехнических устройств, реже — постоянными магнитами. Совокупность устройств, содержащих ферромагнитные тела и образующих замкнутую цепь, вдоль которой замыкаются линии магнитной индукции, называют *магнитной цепью*.

Приведем **векторные и скалярные величины**, характеризующие магнитное поле, их наименование, обозначение, единицы измерения и определения.

Вектор магнитной индукции \vec{B} , Тл (тесла) — векторная величина, характеризующая силовое действие магнитного поля на ток по закону Ампера.

Вектор напряженности магнитного поля \vec{H} , А/м

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu\mu_0} \vec{B},$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная.

Магнитный поток Φ , Вб (вебер) — поток вектора магнитной индукции через поперечное сечение S магнитопровода

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

Магнитодвижущая (намагничивающая) сила МДС (НС) F , А

$$F = I w,$$

где I — ток в обмотке, w — число витков обмотки.

Магнитное напряжение U_M , А — линейный интеграл от напряженности магнитного поля

$$U_M = \int_a^b \vec{H} d\vec{l},$$

где a и b — граничные точки участка магнитной цепи, для которого определяется U_M .

Свойства ферромагнитных материалов характеризуются зависимостью $B(H)$ магнитной индукции от напряженности магнитного поля. При этом различают *кривые намагничивания*, представляющие собой однозначные зависимости $B(H)$, и *гистерезисные петли* — неоднозначные зависимости $B(H)$ (см. рис.4.1).

Магнитный гистерезис — явление отставания изменения магнитной индукции B от изменения напряженности магнитного поля H .

Статическая петля гистерезиса — зависимость $B(H)$, получаемая путем ряда повторных достаточно медленных изменений магнитной напряженности в пределах выбранного значения $\pm H_m$ (см. кривые 1 на рис. 4.1).

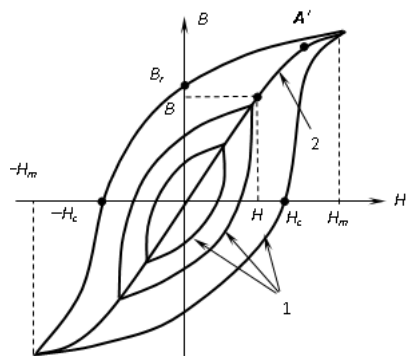


Рисунок 4.1 – Магнитный гистерезис

Основная кривая намагничивания — геометрическое место вершин петель магнитного гистерезиса (см. кривую 2 на рис. 4.1). Представляет собой однозначную зависимость $B(H)$.

Начальная кривая намагничивания — кривая намагничивания предварительно размагниченного ферромагнетика ($B=0; H=0$) при плавном изменении магнитной напряженности H . Представляет собой однозначную зависимость $B(H)$ и обычно близка к основной кривой намагничивания.

Предельная петля гистерезиса (предельный цикл) — симметричная петля гистерезиса при максимально возможном насыщении.

Коэрцитивная (задерживающая) сила — напряженность магнитного поля H_c , необходимая для доведения магнитной индукции в предварительно намагниченном ферромагнетике до нуля. В справочной литературе обычно дается для предельной петли гистерезиса.

Остаточная индукция — значение индукции магнитного поля B_r при равной нулю напряженности магнитного поля.

Перемагничивание ферромагнитного материала связано с расходом энергии на этот процесс. Площадь петли гистерезиса характеризует энергию, выделяемую в единице объема ферромагнетика за один цикл перемагничивания. В зависимости от величины этих потерь и соответственно формы петли гистерезиса ферромагнитные материалы подразделяются на *магнитомягкие* и *магнитотвердые*. Первые характеризуются относительно узкой петлей гистерезиса и круто поднимающейся основной кривой намагничивания; вторые обладают большой площадью гистерезисной петли и полого поднимающейся основной кривой намагничивания.

Магнитомягкие материалы (электротехнические стали, железоникелевые сплавы, ферриты) имеют малые потери в сердечнике и применяются в устройствах, предназначенных для работы при переменных магнитных потоках (трансформаторы, электродвигатели и др.).

Магнитотвердые материалы (углеродистые стали, вольфрамовые сплавы и др.) используются для изготовления постоянных магнитов.

4.2 Основные законы магнитных цепей

В основе расчета магнитных цепей лежат два закона.

Закон (принцип) непрерывности магнитного потока — поток вектора магнитной индукции через замкнутую поверхность равен нулю.

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Закон полного тока — циркуляция вектора напряженности вдоль произвольного контура равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum I.$$

При решении магнитных цепей используются следующие допущения:

– магнитная напряженность, соответственно магнитная индукция, во всех точках поперечного сечения магнитопровода одинакова

$$B = \frac{\Phi}{S} = \text{const};$$

– потоки рассеяния отсутствуют (магнитный поток через любое сечение неразветвленной части магнитопровода одинаков);

– сечение воздушного зазора равно сечению прилегающих участков магнитопровода.

Сформулированные законы и допущения позволяют применять при расчетах магнитных цепей законы, являющиеся аналогией законов Кирхгофа и Ома.

Первый закон Кирхгофа — алгебраическая сумма магнитных потоков в узле магнитопровода равна нулю

$$\sum \Phi = 0.$$

Второй закон Кирхгофа — алгебраическая сумма падений магнитного напряжения вдоль замкнутого контура равна алгебраической сумме МДС, действующих в контуре

$$\sum F = \sum U_M = \sum H l.$$

Закон Ома — падение магнитного напряжения на участке магнитопровода длиной l равно произведению магнитного потока Φ и магнитного сопротивления R_M участка

$$U_M = \Phi R_M,$$

где $R_M = \frac{l}{\mu \mu_0 S}$.

Законы и понятия магнитных цепей имеют формальную аналогию между основными величинами и законами, соответствующими электрическим цепям (табл. 4.1).

Таблица 4.1 — Аналогии величин и законов для электрических и магнитных цепей

Электрическая цепь	Магнитная цепь
Ток I , А	Поток Φ , Вб
ЭДС E , В	МДС (НС) F , А
Электрическое сопротивление R , Ом	Магнитное сопротивление R_M , Гн ⁻¹
Электрическое напряжение U , В	Магнитное напряжение U_M , А
Первый закон Кирхгофа $\sum I = 0$	Первый закон Кирхгофа $\sum \Phi = 0$
Второй закон Кирхгофа $\sum E = \sum U$	Второй закон Кирхгофа $\sum F = \sum U_M$
Закон Ома $U = IR$	Закон Ома $U_M = \Phi R_M$

4.3 Методы расчета магнитных цепей

Указанная ранее формальная аналогия между электрическими и магнитными цепями позволяет распространить все методы и технику расчета нелинейных резистивных цепей постоянного тока на нелинейные магнитные цепи. При этом для наглядности можно составить эквивалентную электрическую схему замещения исходной магнитной цепи, с использованием которой выполняется расчет.

Нелинейность магнитных цепей определяется нелинейным характером зависимости $\Phi(U_m)$, являющейся аналогом ВАХ $i(u)$ и определяемой характеристикой ферромагнитного материала $B(H)$. При расчете магнитных цепей при постоянных потоках обычно используют основную кривую намагничивания.

При расчете магнитных цепей на практике встречаются две типичные задачи:

задача определения величины намагничивающей силы (НС), необходимой для создания заданного магнитного потока (заданной магнитной индукции) на каком-либо участке магнитопровода (*прямая задача*);

задача нахождения потоков (магнитных индукций) на отдельных участках цепи по заданным значениям НС (*обратная задача*).

При этом при решении каждой такого рода задачи первоначально необходимо указать на схеме направления НС, если известны направления токов в обмотках, или задаться их положительными направлениями, если их нужно определить. Затем задаются положительными направлениями магнитных потоков, после чего можно переходить к составлению эквивалентной схемы замещения и расчетам.

Магнитные цепи по своей конфигурации могут быть *неразветвленными и разветвленными*. В неразветвленной магнитной цепи на всех ее участках имеет место один и тот же поток, т.е. различные участки цепи соединены между собой последовательно. Разветвленные магнитные цепи содержат два и более контура.

4.3.1 Прямая задача для неразветвленной магнитной цепи

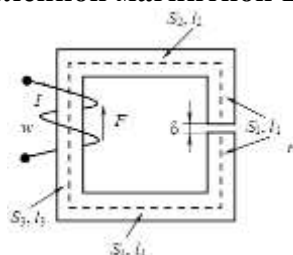


Рисунок 4.2 – Неразветвленная магнитная цепь

На рис.4.2 показана неразветвленная магнитная цепь. Конфигурация и кривая намагничивания магнитопровода известны. Требуется определить намагничивающую силу (ампер-витки) обмотки. Решение задач подобного типа осуществляется в следующей последовательности:

1. Намечается средняя линия (см. пунктирную линию на рис. 4.2), которая затем делится на участки с одинаковым сечением магнитопровода.

2. Исходя из постоянства магнитного потока вдоль всей цепи, определяются значения индукции для каждого i -го участка:

$$B_i = \frac{\Phi}{S_i}.$$

3. По кривой намагничивания для каждого значения B_i находятся напряженности H_i на ферромагнитных участках; напряженность поля в воздушном зазоре определяется согласно

$$H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} \approx 0,8 \cdot 10^6 \cdot B_\delta, \text{ А/м.}$$

4. По второму закону Кирхгофа для магнитной цепи определяется искомая НС путем суммирования падений магнитного напряжения вдоль контура:

$$F = I w = \sum H_i l_i + H_\delta \delta,$$

где δ — длина воздушного зазора.

4.3.2 Прямая задача для разветвленной магнитной цепи

Расчет разветвленных магнитных цепей основан на совместном применении первого и второго законов Кирхгофа для магнитных цепей. Последовательность решения задач данного типа в целом соответствует рассмотренному выше алгоритму решения прямой задачи для неразветвленной цепи. При этом для определения магнитных потоков на участках магнитопровода, для которых магнитная напряженность известна или может быть вычислена на

основании второго закона Кирхгофа, следует использовать алгоритм: определяется H_i , по кривой намагничивания $B(H)$ определяется B_i , затем определяются $\Phi_i = B_i S_i$.

В остальных случаях неизвестные магнитные потоки определяются на основании первого закона Кирхгофа для магнитных цепей.

В качестве примера анализа разветвленной магнитной цепи при заданных геометрии магнитной цепи на рис. 4.3 и характеристике $B(H)$ ферромагнитного сердечника определим НС $F = I w$, необходимую для создания в воздушном зазоре индукции B_δ .

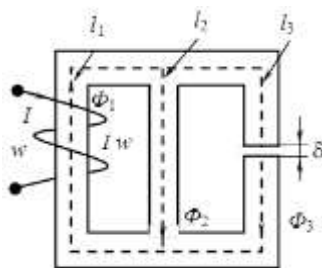


Рисунок 4.3 – Разветвленная магнитная цепь

Алгоритм решения задачи следующий:

1. Задаем положительные направления магнитных потоков в стержнях магнитопровода (см. рис. 4.3).

2. Определяем напряженность в воздушном зазоре

$$H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0}$$

и по зависимости $B(H)$ для $B_\delta = B_3$ находим значение H_3 .

3. По второму закону Кирхгофа для правого контура можно записать

$$H_3 l_3 + H_\delta \delta - H_2 l_2 = 0,$$

откуда находим H_2 и по зависимости $B(H)$ находим B_2 .

4. В соответствии с первым законом Кирхгофа

$$\Phi_1 = B_2 S_2 + B_3 S_3.$$

Тогда

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1},$$

и по зависимости $B(H)$ определяем H_1 .

5. В соответствии со вторым законом Кирхгофа для искомой НС имеет место уравнение

$$F = I w = H_1 l_1 + H_2 l_2.$$

4.4 Пример расчета прямой задачи

На среднем стержне Ш-образного симметричного сердечника, выполненного из электротехнической стали Э-21 (1311), расположена обмотка с числом витков $W=515$ (рис. 4.5).

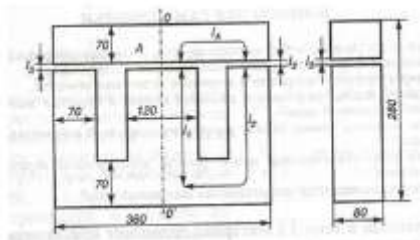


Рисунок 4.4

Якорь A этой разветвленной магнитной цепи выполнен из стали Э=42 (1512). Между якорем A и сердечником находится воздушный зазор $l_3=0,2$ мм. Размеры магнитной цепи на рис. 4.5 даны в миллиметрах. Определить величину тока в обмотке, расположенное на среднем стержне, при котором в якоре A создается магнитная индукция $B_A=1,2$ Тл.

Решение. Разделим магнитную цепь по оси симметрии OO' на две равные части. Каждая часть рассчитывается отдельно, как неразветвленная неоднородная магнитная цепь. Магнитный поток Φ в каждой части определяется по заданной магнитной индукции в якоре $\Phi=B_A S_A=1,2 \cdot 56 \cdot 10^{-4}=6,7 \cdot 10^{-4}$ Вб, где $S_A=7 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^{-2}=56 \cdot 10^{-4}$ м². В каждой части (половине) вычисленный магнитный поток замыкается через якорь, Ш-образный участок магнитопровода и два воздушных зазора.

1. По вычисленному потоку Φ определяем магнитную индукцию в однородных участках:

$$\text{на участке } l_1 - B_1 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{67,2 \cdot 10^{-4}}{48 \cdot 10^{-4}} = 1,4 \text{ Тл.}$$

$$\text{где } S_1 = 6 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^{-2} = 48 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$\text{на участке } l_2 - B_2 = \frac{\Phi}{S_2} = \frac{67,2 \cdot 10^{-4}}{56 \cdot 10^{-4}} = 1,2 \text{ Тл,}$$

$$\text{где } S_2 = 7 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^{-2} = 56 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$\text{в зазоре бокового стержня } B_{32} = B_2 = 1,2 \text{ Тл.}$$

$$\text{В зазоре среднего стержня } B_{31} = B_1 = 1,4 \text{ Тл.}$$

$$\text{В якоре } B_A = 1,2 \text{ Тл.}$$

Напряженность магнитного поля для ферромагнитных участков

$$H_A = 540 \text{ А/м, } H_1 = 1580 \text{ А/м, } H_2 = 840 \text{ А/м.}$$

Напряженность в воздушных зазорах:

$$H_{31} = B_{31} / \mu_0 = 1,4 / 4\pi \cdot 10^{-7} = 1,1 \cdot 10^6 \text{ А/м.}$$

$$H_{32} = B_{32} / \mu_0 = 1,2 / 4\pi \cdot 10^{-7} = 0,95 \cdot 10^6 \text{ А/м.}$$

Величину тока определяем из уравнения, составленного по закону полного тока:

$$I = \frac{H_A l_A + H_1 l_1 + H_2 l_2 + (H_{31} + H_{32}) l_3}{W} =$$

$$= \frac{540 \cdot 18,5 \cdot 10^{-2} + 1580 \cdot 17,5 \cdot 10^{-2} + 840 \cdot 29 \cdot 10^{-2} + (1,1 + 0,95) \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{515} = 2 \text{ А,}$$

где длина средней линии каждого участка: $l_A = 35 + 115 + 35 = 185$ мм = $18,5 \cdot 10^{-2}$ м, $l_3 = 0,2$ мм = $2 \cdot 10^{-4}$ м, $l_1 = 280 - 70 - 35 = 175$ мм = $17,5 \cdot 10^{-2}$ м (длиной зазора пренебрегаем в виду его малости относительно остальных размеров), $l_2 = 175 + 115 = 290$ мм = $29 \cdot 10^{-2}$ м (длиной зазора пренебрегаем).

Таким образом, индукцию $B_A = 1,2$ Тл в якоре разветвленной магнитной цепи (рис. 4.5) создает ток $I = 2$ А.

5. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Ниже приведем пять индивидуальных заданий для самостоятельного решения по темам, рассмотренным в данном учебно-методическом пособии.

ЗАДАНИЕ 1

Методы расчета электрических цепей

Дана электрическая схема постоянного тока, известны постоянные ЭДС E_1, E_2, E_3 . Заданы сопротивления ветвей R_1, R_2, R_3 .

Требуется:

1. Рассчитать токи в ветвях цепи I_1, I_2, I_3
 - 1.1 по правилам Кирхгофа;
 - 1.2 методом узловых потенциалов;
2. Проверить правильность решения по балансу мощностей.

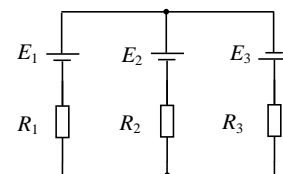


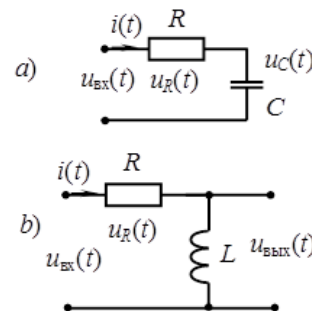
Таблица 5.1 – Варианты задания (параметры цепи)

№	Направление (\uparrow, \downarrow) и величина ЭДС			$R_1, \text{ Ом}$	$R_2, \text{ Ом}$	$R_3, \text{ Ом}$
	$E_1, \text{ В}$	$E_2, \text{ В}$	$E_3, \text{ В}$			
1	$\uparrow 20$	$\uparrow 10$	$\downarrow 20$	20	10	20
2	$\downarrow 30$	$\uparrow 10$	$\downarrow 20$	30	10	20
3	$\downarrow 30$	$\uparrow 20$	$\downarrow 40$	30	20	40
4	$\uparrow 30$	$\downarrow 40$	$\downarrow 20$	30	40	20
5	$\uparrow 20$	$\downarrow 30$	$\downarrow 40$	20	30	40
6	$\downarrow 10$	$\uparrow 20$	$\downarrow 30$	10	20	30
7	$\downarrow 30$	$\uparrow 50$	$\uparrow 10$	30	50	10
8	$\uparrow 50$	$\uparrow 10$	$\downarrow 40$	50	10	40
9	$\downarrow 30$	$\downarrow 20$	$\uparrow 10$	30	20	10
10	$\downarrow 10$	$\downarrow 40$	$\uparrow 30$	10	40	30
11	$\uparrow 20$	$\uparrow 10$	$\downarrow 20$	20	10	20
12	$\downarrow 30$	$\uparrow 10$	$\downarrow 20$	30	10	20
13	$\downarrow 30$	$\uparrow 20$	$\downarrow 40$	30	20	40
14	$\uparrow 30$	$\downarrow 40$	$\downarrow 20$	30	40	20
15	$\uparrow 20$	$\downarrow 30$	$\downarrow 40$	20	30	40
16	$\downarrow 10$	$\uparrow 20$	$\downarrow 30$	10	20	30
17	$\downarrow 30$	$\uparrow 50$	$\uparrow 10$	30	50	10
18	$\uparrow 50$	$\uparrow 10$	$\downarrow 40$	50	10	40
19	$\downarrow 30$	$\downarrow 20$	$\uparrow 10$	30	20	10
20	$\downarrow 10$	$\downarrow 40$	$\uparrow 30$	10	40	30

ЗАДАНИЕ 2

Применение символического метода расчета при гармоническом воздействии

Даны два варианта электрических цепей: двухполюсной (а) и четырехполюсной (b). В таблице индивидуальных заданий даны величины элементов цепей R , C и L , а также частота ω , амплитуда U_m и начальная фаза φ гармонического входного напряжения $u_{вх}(t)$.



Требуется:

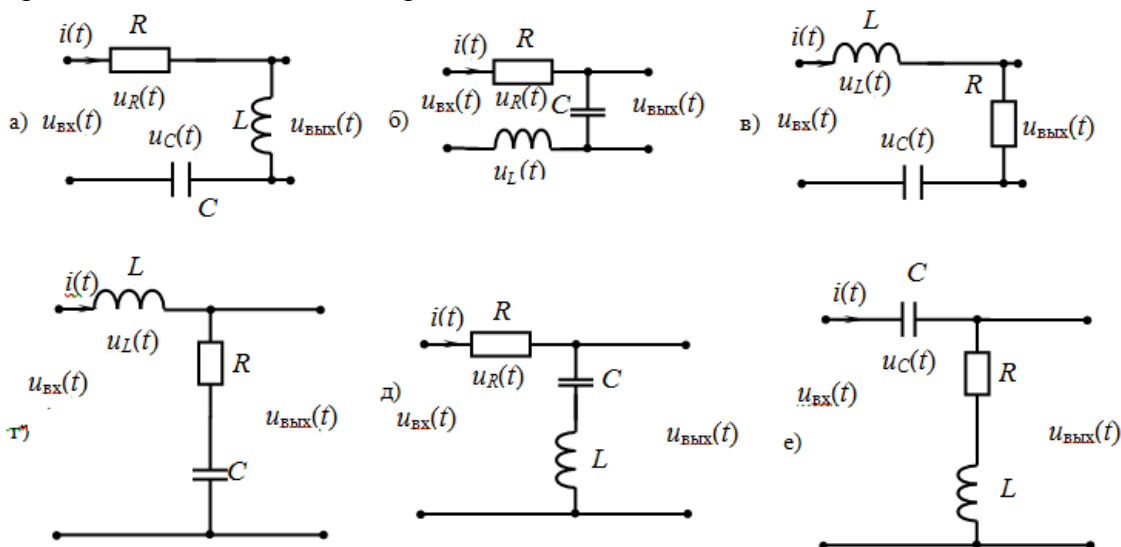
- 1) рассчитать токи в цепях и напряжения на элементах цепей, записать их в форме гармонических колебаний;
- 2) построить векторные диаграммы напряжений;
- 3) провести проверку балансом мощностей.

Таблица 5.2 – Варианты задания (цепь, параметры цепи, характеристики воздействия)

№	Цепь	R , кОм	C , нФ	L , мГн	U_m , В	ω , рад/с	φ , град
1	a)	2	2	–	2	10^6	30
	b)	10	–	100	1	10^5	60
2	a)	0,1	20	–	3	10^6	45
	b)	0,1	–	0,1	1	10^6	–30
3	a)	1	10	–	5	10^5	–60
	b)	0,5	–	10	10	10^4	75
4	a)	0,2	100	–	0,1	10^5	40
	b)	20	–	100	0,5	10^5	45
5	a)	0,4	200	–	2	10^5	60
	b)	1	–	100	4	10^4	–45
6	a)	2	2	–	2	10^6	30
	b)	0,1	–	0,1	1	10^6	–30
7	a)	0,1	20	–	3	10^6	45
	b)	10	–	100	1	10^5	60
8	a)	1	10	–	5	10^5	–60
	b)	20	–	100	0,5	10^5	45
9	a)	0,2	100	–	0,1	10^5	40
	b)	0,5	–	10	10	10^4	75
10	a)	0,4	200	–	2	10^5	60
	b)	0,1	–	0,1	1	10^6	–30
11	a)	2	2	–	3	10^6	45
	b)	10	–	100	4	10^5	30
12	a)	0,1	20	–	5	10^6	60
	b)	0,1	–	0,1	2	10^6	–45
13	a)	1	10	–	3	10^5	–30
	b)	0,5	–	10	10	10^4	45
14	a)	0,2	100	–	4	10^5	50
	b)	20	–	100	5	10^5	55
15	a)	0,4	200	–	6	10^5	30
	b)	1	–	100	2	10^4	–55
16	a)	2	2	–	3	10^6	40
	b)	0,1	–	0,1	2	10^6	–60
17	a)	0,1	20	–	5	10^6	35
	b)	10	–	100	5	10^5	70
18	a)	1	10	–	1	10^5	–20
	b)	20	–	100	2	10^5	35
19	a)	0,2	100	–	1	10^5	70
	b)	0,5	–	10	5	10^4	85
20	a)	0,4	200	–	10	10^5	40
	b)	0,1	–	0,1	2	10^6	–40

ЗАДАНИЕ 3 Расчет RLC -цепи

Даны варианты четырехполюсных электрических цепей. В таблице индивидуальных заданий даны величины элементов цепей R , C и L , а также частота ω , амплитуда U_M и начальная фаза φ гармонического входного напряжения $u_{вх}(t)$.



Требуется:

- 1) рассчитать токи в цепях и напряжения на элементах цепей, записать их в форме гармонических колебаний;
- 2) построить векторные диаграммы напряжений;
- 3) выполнить проверку балансом мощностей.

Таблица 5.3 – Варианты задания (цепь, параметры цепи и характеристики воздействия)

Вариант	Цепь	R , кОм	C , нФ	L , мГн	U_M , В	ω , рад/с	φ , град
1	а, г	2	2	100	2	10^6	30
2	а, д	10	20	100	1	10^5	60
3	а, е	0,1	20	0,1	3	10^6	45
4	б, г	0,1	10	0,1	1	10^6	-30
5	б, д	1	10	10	5	10^5	-60
6	б, е	0,5	100	10	10	10^4	75
7	в, г	0,2	100	100	0,1	10^5	40
8	в, д	20	200	100	0,5	10^5	45
9	в, е	0,4	200	100	2	10^5	60
10	а, г	1	50	100	4	10^4	-45
11	а, д	2	2	100	2	10^6	30
12	а, е	10	20	100	1	10^5	60
13	б, г	0,1	20	0,1	3	10^6	45
14	б, д	0,1	10	0,1	1	10^6	-30
15	б, е	1	10	10	5	10^5	-60
16	в, г	0,5	100	10	10	10^4	75
17	в, д	0,2	100	100	0,1	10^5	40
18	в, е	20	200	100	0,5	10^5	45
19	а, г	0,4	200	100	2	10^5	60
20	а, д	1	50	100	4	10^4	-45

ЗАДАНИЕ 4

Нелинейная электрическая цепь

Дано:

Электрическая цепь, содержащая два нелинейных элемента, соединенных последовательно или параллельно. ВАХ элементов заданы аппроксимирующими функциями. Переменное внешнее воздействие имеет вид $U(t)=U_m \cos(\omega t+\varphi)$.

Требуется:

- 1) Построить в одной координатной плоскости ВАХ элементов и общую ВАХ цепи (рекомендуется использовать миллиметровую бумагу).
- 2) Определить положение рабочей точки по общей ВАХ.
- 3) Используя графический метод, построить выходной сигнал $i(t)$ (для этого предварительно изображается входной сигнал).

Таблица 5.4 - Варианты задания (цепь, параметры цепи, характеристики воздействия)

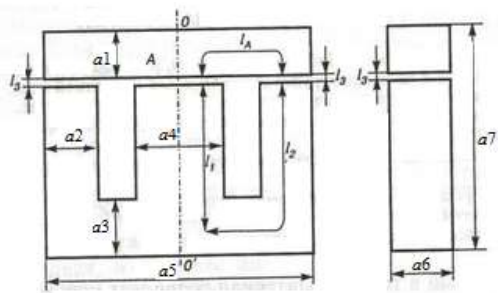
№	Тип цепи	ВАХ элементов			Раб. точка	Входной сигнал		
		Аппрокс. функция	a	b	Напряжение смещения U_0	Амплитуда U_m	Цикл. частота ω	Начал. фаза φ
1	Парал.	1) $I=a \cdot \ln(b \cdot U)$ 2) $I=a \cdot U^{2/3}$	$1 \cdot 10^{-3}$	0,1	-2	5	500	$-\pi/3$
1	Посл.	1) $I=a \cdot e^{b \cdot U}$ 2) $I=a \cdot U^2$	$2 \cdot 10^{-3}$	0,2	-1	3	1000	$-\pi/4$
3	Парал.	1) $I=a \cdot U^{1/2}$ 2) $I=a \cdot U^{2/3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	-	0	2	10^3	$-\pi/6$
4	Посл.	1) $I=a \cdot e^{b \cdot U}$ 2) $I=a \cdot U^{3/2}$	$5 \cdot 10^{-3}$	0,4	1	1	10^4	0
5	Парал.	1) $I=a \cdot \ln(b \cdot U)$ 2) $I=a \cdot U^{1/2}$	$1 \cdot 10^{-3}$	0,1	2	3	10^5	$\pi/6$
6	Посл.	1) $I=a \cdot U^2$ 2) $I=a \cdot U^{3/2}$	$2 \cdot 10^{-3}$	-	3	2	10^6	$\pi/4$
7	Парал.	1) $I=a \cdot \ln(b \cdot U)$ 2) $I=a \cdot U^{2/3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	0,5	4	1	500	$\pi/3$
8	Посл.	1) $I=a \cdot e^{b \cdot U}$ 2) $I=a \cdot U^2$	$5 \cdot 10^{-3}$	0,4	5	2	1000	$-\pi/3$
9	Парал.	1) $I=a \cdot \ln(b \cdot U)$ 2) $I=a \cdot U^{2/3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	0,2	-2	4	10^3	$-\pi/4$
10	Посл.	1) $I=a \cdot e^{b \cdot U}$ 2) $I=a \cdot U^{3/2}$	$4 \cdot 10^{-3}$	0,5	-1	4	10^4	$-\pi/6$
11	Парал.	1) $I=a \cdot \ln(b \cdot U)$ 2) $I=a \cdot U^{2/3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	0,2	-1	5	500	$\pi/3$
12	Посл.	1) $I=a \cdot e^{b \cdot U}$ 2) $I=a \cdot U^2$	$1 \cdot 10^{-3}$	0,1	1	3	1000	$\pi/4$
13	Парал.	1) $I=a \cdot U^{1/2}$ 2) $I=a \cdot U^{2/3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	-	1	2	10^3	$\pi/6$
14	Посл.	1) $I=a \cdot e^{b \cdot U}$ 2) $I=a \cdot U^{3/2}$	$4 \cdot 10^{-3}$	0,5	0	1	10^4	0
15	Парал.	1) $I=a \cdot \ln(b \cdot U)$ 2) $I=a \cdot U^{1/2}$	$2 \cdot 10^{-3}$	0,2	1	3	10^5	$-\pi/6$
16	Посл.	1) $I=a \cdot U^2$ 2) $I=a \cdot U^{3/2}$	$1 \cdot 10^{-3}$	-	2	2	10^6	$-\pi/4$
17	Парал.	1) $I=a \cdot \ln(b \cdot U)$ 2) $I=a \cdot U^{2/3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	0,4	2	1	500	$-\pi/3$
18	Посл.	1) $I=a \cdot e^{b \cdot U}$ 2) $I=a \cdot U^2$	$4 \cdot 10^{-3}$	0,5	4	2	1000	$\pi/3$
19	Парал.	1) $I=a \cdot \ln(b \cdot U)$ 2) $I=a \cdot U^{2/3}$	$1 \cdot 10^{-3}$	0,1	-1	4	10^3	$\pi/4$
20	Посл.	1) $I=a \cdot e^{b \cdot U}$ 2) $I=a \cdot U^{3/2}$	$5 \cdot 10^{-3}$	0,4	-2	4	10^4	$\pi/6$

Примечания

- 1) Значения всех величин в таблице даны в системе СИ.
- 2) Считать, что при $U < 0$ $I = 0$.

ЗАДАНИЕ 5

Расчет разветвленной магнитной цепи

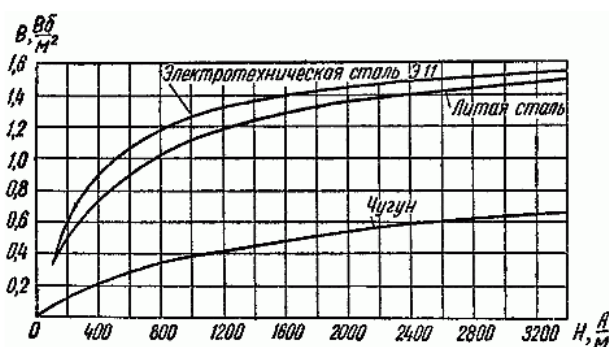


Магнитопровод (разветвленная магнитная цепь)

На *среднем стержне* Ш-образного сердечника, выполненного из электротехнической стали (1) Э-11 или (2) чугуна или (3) литой стали, расположена обмотка с числом витков w . Якорь A этой разветвленной цепи выполнен из материала, согласно таблице 5.5. Между якорем A и сердечником находится воздушный зазор l_3 . **Определить величину тока в обмотке**, при котором в якорь A создается магнитная индукция B_A .

Таблица 5.5 – Варианты задания (геометрические, материальные данные магнитной цепи)

Вариант	Материал		Размеры магнитопровода, мм								Число витков обмотки	Магнитная индукция в якорь
			a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	l_3		
1	1	2	40	70	60	100	300	60	200	0,1	300	0,4
2	1	3	45	75	65	110	300	65	210	0,2	350	0,5
3	2	1	50	80	70	120	350	70	220	0,25	400	0,1
4	2	3	55	85	75	130	350	75	230	0,3	450	0,2
5	3	1	60	40	80	140	300	80	240	0,4	500	0,6
6	3	2	65	45	85	150	310	85	250	0,5	525	0,7
7	1	2	70	50	40	160	320	40	260	0,1	550	0,8
8	1	3	75	55	45	170	340	45	270	0,2	575	0,9
9	2	1	80	60	50	100	300	40	280	0,25	600	0,3
10	2	3	85	65	55	110	310	45	290	0,3	625	0,4
11	3	1	40	70	60	120	320	50	300	0,4	650	1,0
12	3	2	45	75	65	130	350	55	200	0,5	675	1,1
13	1	2	50	80	70	140	360	40	210	0,1	700	1,2
14	1	3	55	85	75	150	380	45	220	0,2	725	1,3
15	2	1	60	50	80	160	320	50	230	0,25	750	0,5
16	2	3	65	55	85	170	360	55	240	0,3	800	0,6
17	3	1	70	60	40	100	300	60	250	0,4	850	1,4
18	3	2	75	65	45	110	300	70	260	0,5	900	1,5
19	1	2	80	70	50	120	320	75	270	0,1	950	0,6
20	1	3	85	75	55	130	350	80	280	0,2	1000	0,7



Кривые намагничивания стали и чугуна

ЛИТЕРАТУРА

Шибяев А.А. Электротехника и электроника: Учебное пособие. В 2-х частях. — Томск: Факультет дистанционного обучения, ТУСУР, 2010. — Ч.1. — 232 с.