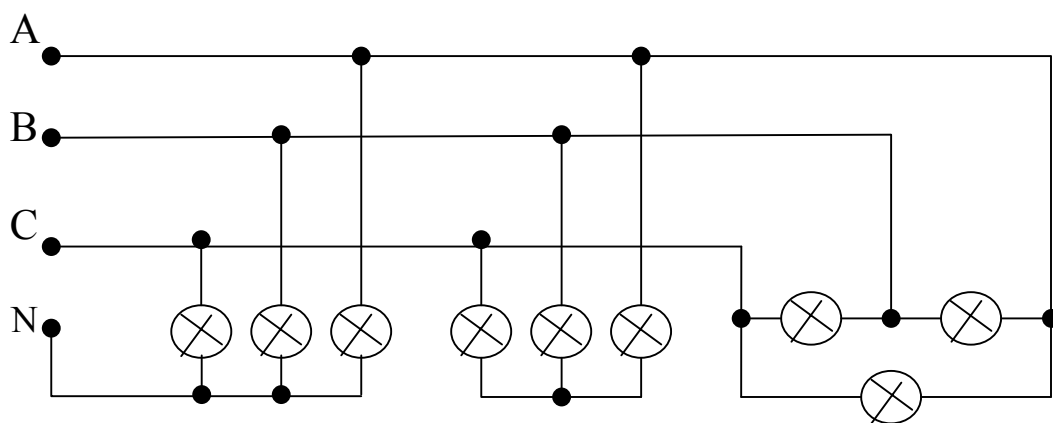


С.М. Аполлонский, В.В. Леонтьев

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Трехфазные электрические цепи

Утверждено редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия



Санкт-Петербург
2002

Аполлонский С.М., Леонтьев В.В. Электротехника и электроника. Трехфазные электрические цепи: Учеб. пособие. – СПб.: СЗТУ, 2002. - 59 с.

Текст пособия разработан с учетом государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования по направлениям и специальностям подготовки дипломированных специалистов: 650300 – «Электроэнергетика» (специальность 100400 – «Электроснабжение»), 654500 – «Электротехника, электромеханика и электротехнология» (специальность 180100 – «Электромеханика» и 180200 – «Электрические и электронные аппараты»), 653900 – «Биомедицинская техника» (специальность 190600 – «Инженерное дело в медико-биологической практике»), 654100 – «Электроника и микроэлектроника» (специальность 200400 – «Промышленная электроника») и направлениям подготовки бакалавров: 550200 – «Автоматизация и управление», 550700 – «Электроника и микроэлектроника», 551300 – «Электротехника, электромеханика и электротехнология», 551700 – «Электроэнергетика», 553400 – «Биомедицинская инженерия».

Рассмотрены вопросы анализа схем соединения трехфазных цепей переменного тока, работающих в симметричном и несимметричном режимах. Изложенный материал иллюстрирован примерами, позволяющими решить типовые задачи, представленные в контрольной работе.

Р е ц е н з е н т ы: кафедра электротехники и электромеханики СЗТУ (**М.Е. Евсеев**, канд. техн. наук, доц.);
Ю.П. Коськин, засл. деят. науки РФ, д-р. техн. наук, проф. кафедры электромеханики и электромеханотроники СПбЭТУ(ЛЭТИ)

ПРЕДИСЛОВИЕ

Электротехника и электроника - одна из первых инженерных дисциплин, к изучению которой приступают студенты технических вузов. К этому времени изучены курсы физики, химии и математики, известны законы Ома, Кирхгофа и Ленца; получены навыки в решении системы линейных уравнений второго и третьего порядка. В электротехнике эти знания систематизируются. Наиболее наглядно это проявляется в решении задач по расчету установившихся процессов в линейных электрических цепях.

Раздел «Трехфазные электрические цепи» относится к наиболее трудным частям дисциплины «Электротехника и электроника». Это объясняется, с одной стороны, совместным действием в одной электрической системе трех электродвижущих сил, смещенных во времени на 120 электрических градусов, а с другой - тем, что потребитель может иметь в каждой фазе разную не только по величине, но и по характеру нагрузку. Именно по этой причине раздел «Трехфазные электрические цепи» изучается после того, когда студентам известны такие понятия, как электрическая ветвь, узел, простой контур, активно-индуктивный или емкостной характер нагрузки, сдвиг фаз, принцип построения векторных и топографических диаграмм.

Цель данной работы – помочь студентам СЗТУ в изучении раздела «Трехфазные электрические цепи». Материал пособия может быть использован при решении задач, предусмотренных учебными планами.

1. Основные сведения о трехфазных цепях

1.1. Трехфазная система цепей

При практическом использовании электроэнергии преимущество дает применение трехфазной системы цепей, представляющей собой совокупность трех сходных по конфигурации электрических цепей переменного тока, в которых действуют три периодические ЭДС одинаковой частоты, сдвинутые друг относительно друга по фазе. Отдельные цепи, входящие в такую систему, называют ее фазами и по стандарту обозначают первыми тремя буквами латинского алфавита А,В,С. Этими же буквами помечают и все величины, относящиеся к той или иной фазе трехфазной системы цепей.

Различают несвязанные трехфазные системы цепей, отдельные фазы которых электрически не соединены друг с другом, и связанные трехфазные системы цепей, в которых все три фазы электрически соединены друг с другом и, по существу, образуют одну электрическую цепь, сокращенно называемую трехфазной цепью.

Как правило, на практике встречаются симметричные трехфазные цепи, отдельные фазы которых одинаковы не только по конфигурации, но и по всем параметрам входящих в них элементов. Однако, в ряде случаев, в частности в аварийных ситуациях, приходится сталкиваться и с несимметричными трехфазными цепями, в которых упомянутые условия не выполняются.

Трехфазные цепи были разработаны и внедрены в практическую электроэнергетику русским электротехником М.О. Доливо-Добровольским.

1.1. Простейший трехфазный генератор

Три ЭДС строго одинаковой частоты и сдвинутые друг относительно друга по фазе на определенные углы получают в трехфазных генераторах. Простейший по конструкции трехфазный генератор представляет собой три одинаковых жестко скрепленных друг с другом витка проволоки (рис.1, витки А,В,С показаны в разрезе), расположенных в равномерном магнитном поле на оси, перпендикулярной направлению поля [1]. Плоскости отдельных витков повернуты друг относительно друга на равные углы по 120° . При вращении такой системы витков с постоянной угловой скоростью ω в каждом из них будет индуцироваться синусоидальная ЭДС, начальная фаза которой определяется начальным положением витка в поле. Так, например, при начальном положении витка А, показанном на рис.1, когда нормаль n_A к плоскости витка совпадает по направлению с полем, начальная фаза ЭДС e_A , индуцирующейся в этом витке, будет равна нулю и, следовательно, эту ЭДС можно записать в виде:

$$e_A = E_{Am} \sin \omega t .$$

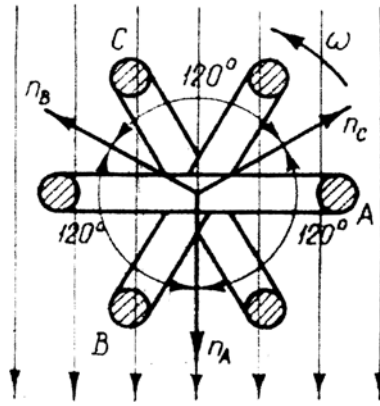


Рис.1

Графически она изображается или синусоидой, выходящей из начала координат (кривая e_A на рис.2,а), или горизонтальным вектором (вектор $\vec{E}_A$ на рис.2,б).

Поскольку виток В сдвинут по отношению к витку А на 120° против направления вращения, его ЭДС e_B будет отставать по фазе от ЭДС e_A на 120° (рис.2,а, б), т.е. иметь начальную фазу $\phi_{eB} = -2\pi/3$,

$$e_B = E_{Bm} \sin(\omega t - 2\pi/3) .$$

ЭДС e_C витка С, в свою очередь, будет отставать по фазе на 120° от ЭДС e_B (рис.2,а), т.е. на 240° от ЭДС e_A , или, что то же, опережать ее на 120° (рис.2,б). Таким образом, начальную фазу ЭДС e_C можно записать двояко ($\phi_{eC} = -4\pi/3$ или $\phi_{eC} = +2\pi/3$), чему соответствуют два равносильных выражений для e_C :

$$e_C = E_{Cm} \sin\left(\omega t - 2\frac{2\pi}{3}\right) = E_{Cm} \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) .$$

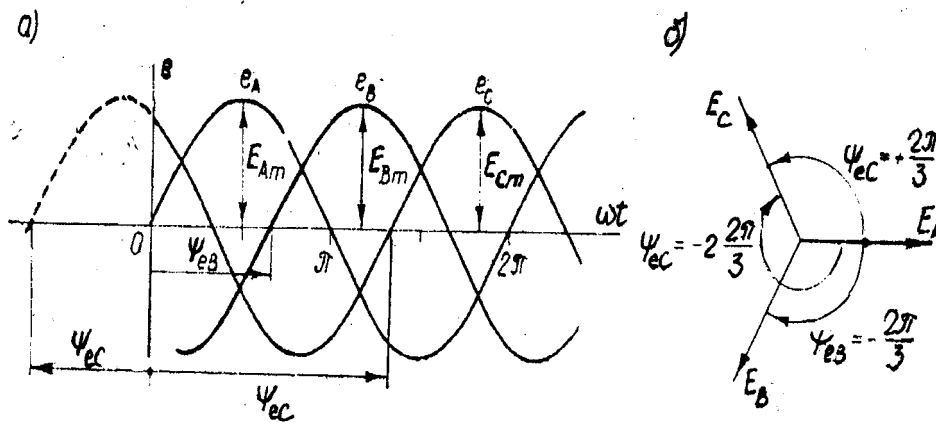


Рис.2

1.2. Трехфазные системы ЭДС, токов и напряжений

Совокупность трех ЭДС трехфазного генератора получила название трехфазной системы ЭДС. В нормально функционирующих трехфазных генераторах, так же как и в рассмотренном выше простейшем генераторе, все три синусоидальные ЭДС системы имеют одинаковые максимальные и, следовательно, действующие значения [2]:

$$E_{Am} = E_{Bm} = E_{Cm}; \quad E_A = E_B = E_C,$$

и сдвинуты друг относительно друга по фазе на равные углы 120° (рис.2,б). Такие системы называют симметричными трехфазными системами ЭДС.

Если хотя бы одно из этих условий будет нарушено, т.е. ЭДС по величине окажутся разными или сдвинутыми друг относительно друга на разные углы, то система ЭДС будет несимметричной. На рис.3 в виде векторных диаграмм показаны три примера несимметричных систем ЭДС, в первом из которых (рис.3,а) нарушено равенство действующих ЭДС, во втором (рис.3,б) не выполнено равенство углов сдвига между ними, а на третьей диаграмме (рис.3,в) представлен общий случай несимметрии. Под действием системы трех ЭДС в трехфазной системе цепей будут протекать три сдвинутых друг относительно друга по фазе тока, составляющих в совокупности трехфазную систему токов. Соответственно, в трехфазных цепях вводят понятие и о трехфазной системе напряжений.

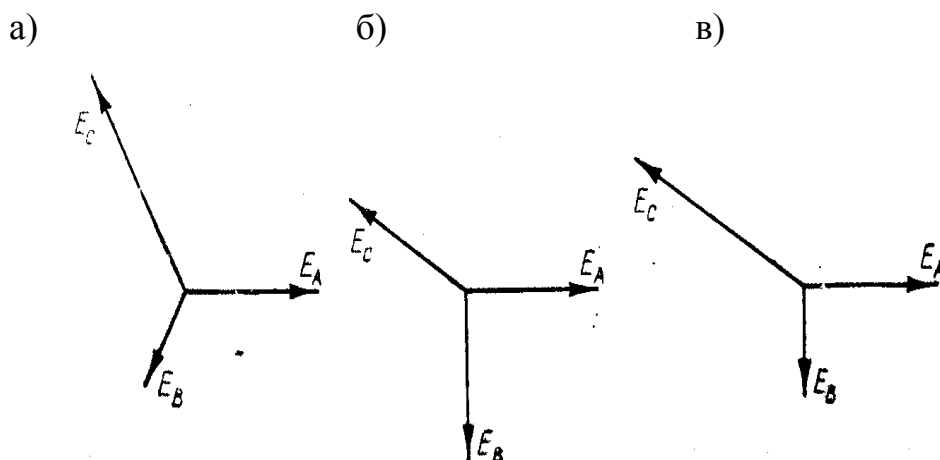


Рис.3

Аналогично трехфазной системе ЭДС различают симметричные и несимметричные системы токов и напряжений.

1.4. Несвязанная трехфазная система цепей

Более подробно знакомство с трехфазными цепями целесообразно начать с их простейшего варианта - несвязанной трехфазной системы цепей, схема которой приведена на рис.4.

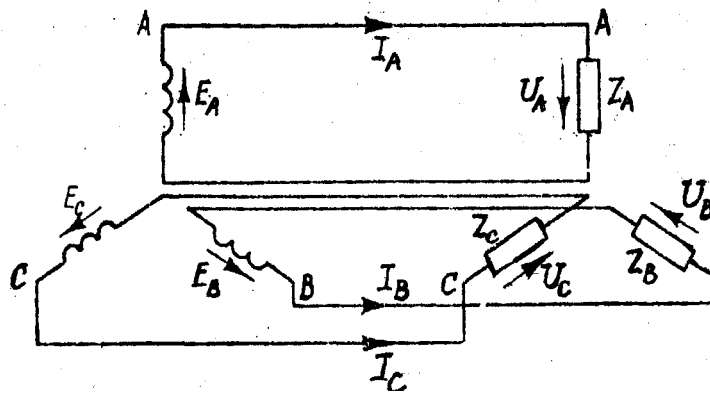


Рис.4

Три обмотки трехфазного генератора, называемые фазами генератора, изображены на ней тремя катушками, повернутыми на схеме друг относительно друга на 120° , что соответствует основной конструктивной особенности этих генераторов. Три соединенных с ними приемника Z_A, Z_B, Z_C , называемых фазами приемника и образующих в совокупности трехфазный приемник, по общему правилу, также показаны повернутыми на углы по 120° .

Полагая внутренние сопротивления фаз генератора и соединительных проводов равными нулю, для токов в фазах цепи получим

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{Z_A}; \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B}{Z_B}; \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C}{Z_C}.$$

В общем случае несимметричной системы цепей, когда комплексные сопротивления отдельных фаз приемника

$$Z_A = z_A e^{j\varphi_A}; \quad Z_B = z_B e^{j\varphi_B}; \quad Z_C = z_C e^{j\varphi_C}$$

различны, и несимметричной системы ЭДС E_A, E_B, E_C генератора (рис.3,в) режим цепи можно иллюстрировать векторной диаграммой, показанной на рис.5,б, на которой различные по величине токи I_A, I_B, I_C , сдвинутые относительно соответствующих ЭДС на разные углы $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$, также образуют несимметричную систему.

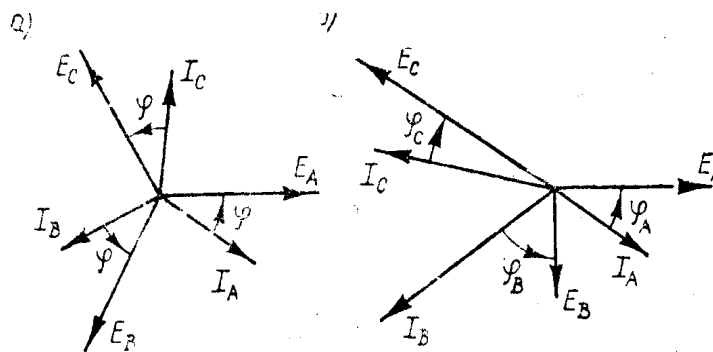


Рис.5

Наоборот, при симметричной системе ЭДС генератора (рис.2,б) и симметричной системе цепей ($Z_A = Z_B = Z_C = ze^{j\varphi}$) токи также образуют симметричную систему. Действительно, все они будут равны по величине и сдвинуты по отношению к соответствующим ЭДС на одинаковые углы φ (рис.5,а). И поскольку векторы ЭДС повернуты друг относительно друга на равные углы 120° , то векторы токов также будут сдвинуты между собой на те же углы.

Режим, при котором как система ЭДС, так и система токов являются симметричными, получил название симметричного режима трехфазной системы цепей.

1.5. Трехфазная цепь, соединенная звездой

Может быть легко получена из несвязанной системы цепей (рис.4) путем объединения трех обратных проводов в один так называемый нейтральный провод (рис.6,а). Образовавшиеся при этом узлы N и n , в первом из которых соединяются вместе три начала обмоток генератора, а во втором - выводы фаз приемника, принято называть нейтральными точками соответственно генератора и приемника. Провода, соединяющие вершины A, B, C звезд генератора и приемника, называют линейными проводами и различают между собой буквами по принадлежности к той или иной фазе цепи. Прделанное преобразование трехфазной системы цепей не влечет за собой какого-либо изменения ее режима, и токи I_A, I_B, I_C в линейных проводах новой цепи (рис.6,а), называемые линейными токами цепи, будут определяться теми же соотношениями, которые были приведены ранее.

Ток же I_N в нейтральном проводе при указанном на схеме его положительном направлении будет равен сумме линейных токов

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

Если система линейных токов в трехфазной цепи, соединенной звездой (рис.6,а), симметрична, т.е. токи изображаются тремя равными по величине векторами, развернутыми на равные углы по 120° , то их геометрическая сумма обращается в нуль, и ток в нейтральном проводе исчезает. Очевидно, что надобность в этом проводе тогда отпадет, и его можно смело упразднить, перейдя к трехфазной цепи без нейтрального провода (рис.6,б).

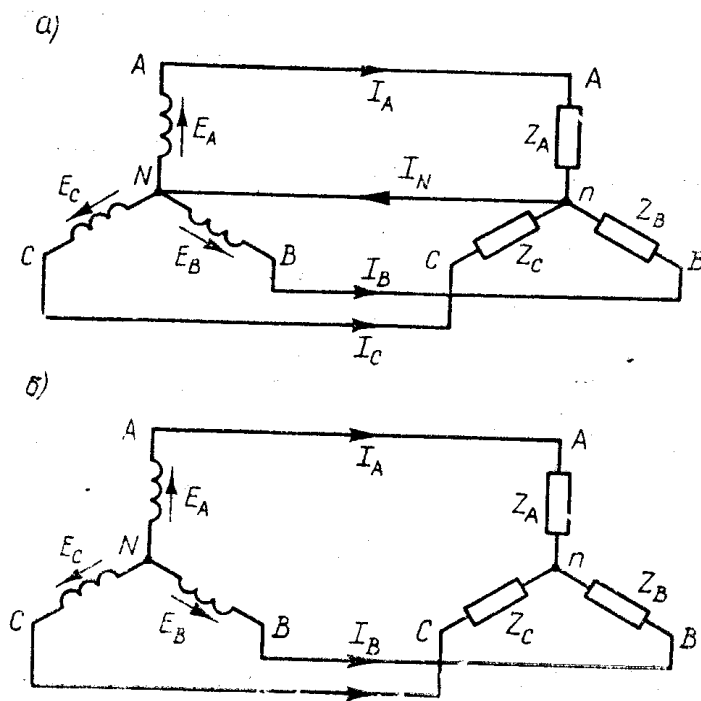


Рис.6

Упразднением нейтрального провода в связанной трехфазной цепи достигается значительная экономия материала соединительных проводов по сравнению с несвязанной системой цепей или по сравнению с однофазной цепью соответствующей мощности. В этом заключается одно из преимуществ трехфазных цепей, проявляющееся особенно ярко в цепях с длинными линиями передачи.

Трехфазные цепи без нейтрального провода (рис.6,б) получили на практике название трехпроводных трехфазных цепей, в отличие от четырехпроводных, в которых нейтральный провод присутствует (рис.6,а).

Заметим, что экономия материала проводов в трехфазных цепях по сравнению с однофазными наблюдается не только в трехпроводных, но, в известной мере, и в четырехпроводных цепях. Дело в том, что на практике даже при относительно резко выраженной несимметрии токов их геометрическая сумма, равная току в нейтральном проводе, редко достигает значения линейных токов цепи. Поэтому нейтральный провод никогда не делают утроенного сечения по сравнению с линейными проводами, как казалось бы необходимо с первого взгляда. В худшем случае нейтральный провод по площади поперечного сечения выбирают равным линейным проводам, а чаще половине или даже четверти линейного провода.

В трехфазной цепи, соединенной звездой, различают две системы напряжений. Под фазными напряжениями понимают систему напряжений $U_{\phi An}, U_{\phi Bn}, U_{\phi Cn}$ на фазах приемника (рис.7) или между каждым из линейных проводов и нейтральным проводом. Линейными напряжениями называют систему напряжений $U_{\lambda AB}, U_{\lambda BC}, U_{\lambda CA}$ между различными парами линейных проводов.

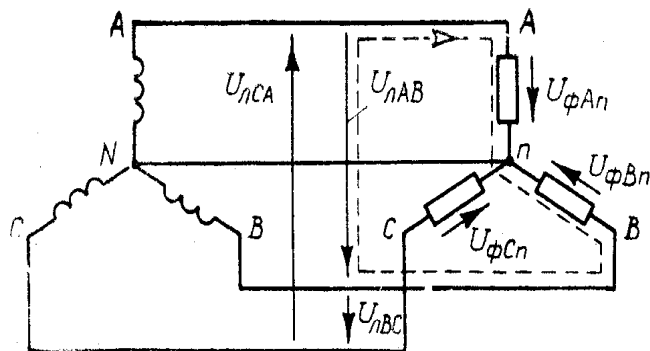


Рис.7

Составляя на основе второго закона Кирхгофа уравнение по замкнутому контуру, показанному на рис.7 штриховой линией,

$$\dot{U}_{\phi An} - \dot{U}_{\phi Bn} - \dot{U}_{\phi AB} = 0,$$

нетрудно выразить линейное напряжение $\dot{U}_{лAB}$ через фазные напряжения $\dot{U}_{\phi An}$ и $\dot{U}_{\phi Bn}$:

$$\dot{U}_{лAB} = \dot{U}_{\phi An} - \dot{U}_{\phi Bn}.$$

С помощью аналогичных уравнений по контурам, включающим другие пары фаз приемника, можно получить выражения для двух остальных напряжений. В целом для всех трех линейных напряжений получим

$$\begin{aligned} \dot{U}_{лAB} &= \dot{U}_{\phi An} - \dot{U}_{\phi Bn}, & \dot{U}_{лBC} &= \dot{U}_{\phi Bn} - \dot{U}_{\phi Cn}, \\ \dot{U}_{лCA} &= \dot{U}_{\phi Cn} - \dot{U}_{\phi An}. \end{aligned} \quad (1)$$

Таким образом, система линейных напряжений однозначно определяется по системе фазных напряжений цепи.

Приведенные соотношения наглядно иллюстрируются топографической векторной диаграммой напряжений, построенной на рис.8,а применительно к принятым на схеме рис.7 их положительным направлениям. Обратим внимание, что согласно правилам построения топографических диаграмм три вектора фазных напряжений размещены на этой диаграмме сходящимися в одной точке n , соответствующей нейтральной точке приемника, так как к этой точке направлены фазные напряжения на схеме. Тогда начала A, B, C векторов этих напряжений будут соответствовать вершинам звезды приемника, и линейные напряжения, действующие между этими вершинами, изображаются на диаграмме векторами, замкнутыми в так называемый треугольник линейных напряжений (треугольник ABC).

На рис.8,б приведена векторная диаграмма для частного случая, когда фазные и линейные напряжения составляют симметричные системы. В этом случае все три фазных напряжения по величине равны друг другу

$$\dot{U}_{\phi An} = \dot{U}_{\phi Bn} = \dot{U}_{\phi Cn} = \dot{U}_{\phi},$$

и надобность в их различии сплошь и рядом отпадает.

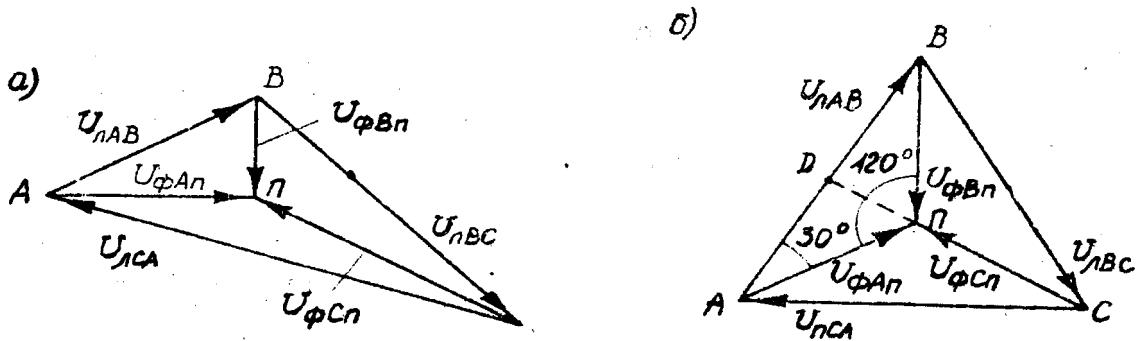


Рис.8

Тогда вместо трех различных обозначений напряжений обычно пользуются одним упрощенным ($\dot{U}_{\phi}$) без указания принадлежности напряжения к той или иной фазе. Аналогично ограничиваются одним сокращенным обозначением и для трех линейных напряжений, если они принадлежат симметричной системе (точки над комплексными величинами для упрощения записи опускаются):

$$U_{лAB} = U_{лBC} = U_{лCA} = U_{л}.$$

В заключение остановимся на соотношении действующих фазных и линейных напряжений при условии симметрии их систем, которое нетрудно получить из приведенной диаграммы (рис.8,б). Из прямоугольного треугольника ADn , гипотенуза которого представляет собой фазное напряжение цепи, а больший катет равен половине линейного напряжения, имеем

$$\frac{U_{л}}{2} = U_{\phi} \cos 30^{\circ} = U_{\phi} \frac{\sqrt{3}}{2},$$

откуда

$$U_{л} = \sqrt{3} U_{\phi}, \quad (2)$$

т.е. линейные напряжения при условии симметрии в $\sqrt{3}$ раз больше фазных напряжений.

1.6. Трехфазная цепь, соединенная треугольником

Простейший пример такой цепи показан на рис.9, где три фазы генератора и приемника соединены в замкнутые треугольники, соответственные вершины которых соединены, в свою очередь, друг с другом тремя линейными проводами. Такая цепь является трехпроводной цепью.

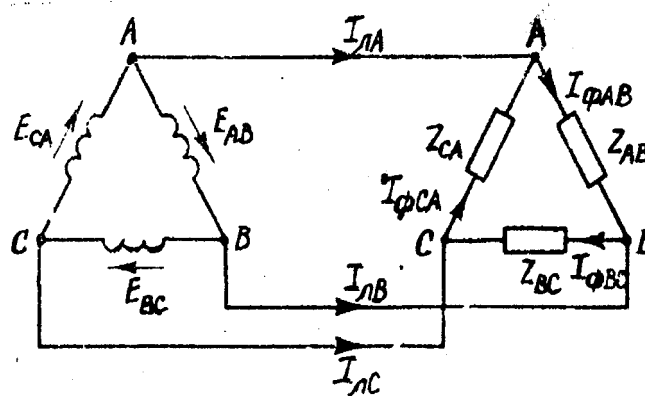


Рис.9

С первого взгляда в рассматриваемой цепи вызывает сомнение возможность соединения трех фаз генератора в замкнутый треугольник: ведь в контуре генератора действует сумма ЭДС отдельных фаз (эти ЭДС в схеме треугольника удобнее обозначать двумя буквенными индексами):

$$\dot{E}_{AB} + \dot{E}_{BC} + \dot{E}_{CA},$$

и кажется, что в этом контуре возникает большой ток короткого замыкания. Но это опасение преждевременно. Действительно, во всех правильно сконструированных трехфазных генераторах система ЭДС является симметричной, и поэтому их сумма оказывается равной нулю. При этом никаких токов в контуре генератора под действием этой суммы возникнуть не может.

Отметим, что соединение трехфазных цепей треугольником приводит к точно такой же экономии проводникового материала в соединительных линиях по сравнению с однофазными цепями, как и при соединении звездой без нейтрального провода.

В трехфазной цепи, соединенной треугольником, приходится говорить о двух системах токов. Фазными токами называют токи $I_{\phi AB}$, $I_{\phi BC}$, $I_{\phi CA}$ (рис.9), протекающие по фазам приемника (или генератора), а под линейными токами подразумевают токи I_{LA} , I_{LB} , I_{LC} линейных проводов цепи.

Применяя к узлам A, B, C приемника первый закон Кирхгофа, при указанных на рис.9 положительных направлениях в ветвях, можно выразить линейные токи через фазные токи:

$$\dot{I}_{LA} = \dot{I}_{\phi AB} - \dot{I}_{\phi CA}; \quad \dot{I}_{LB} = \dot{I}_{\phi BC} - \dot{I}_{\phi AB}; \quad \dot{I}_{LC} = \dot{I}_{\phi CA} - \dot{I}_{\phi BC}. \quad (3)$$

На рис.10,а приведена векторная диаграмма, иллюстрирующая построение линейных токов по приведенным соотношениям.

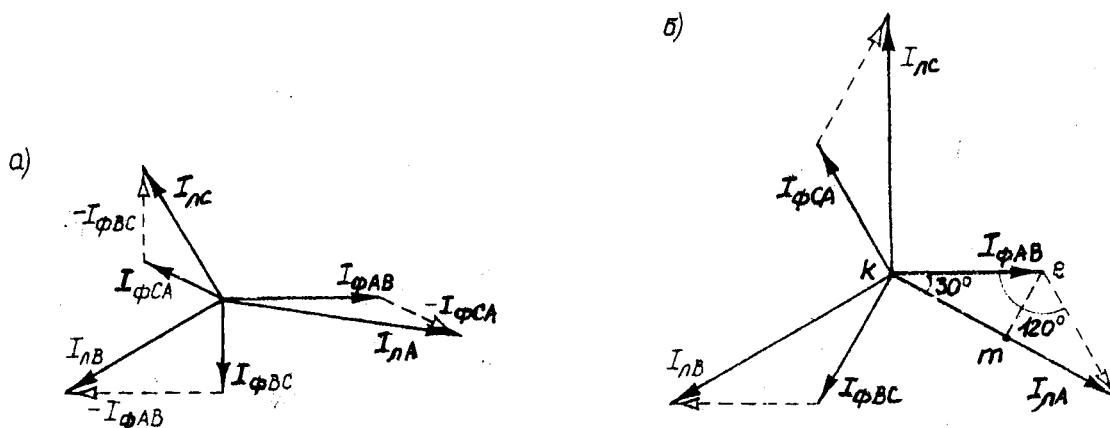


Рис.10

При симметричной системе фазных токов линейные токи также представляют собой симметричную систему, что наглядно иллюстрируется построениями на рис.10,б. В этом случае обычно нет необходимости различать между собой фазные или, соответственно, линейные токи. Поэтому три равных фазных тока

$$I_{\phi AB} = I_{\phi BC} = I_{\phi CA} = I_{\phi},$$

как и три одинаковых линейных тока

$$I_{лA} = I_{лB} = I_{лC} = I_{л},$$

обозначают сокращенно без указания их принадлежности к той или иной фазе или линейному проводу.

Ориентируясь на векторную диаграмму рис.10,б, нетрудно получить весьма важное соотношение между действующими линейными и фазными токами при их симметрии. Из прямоугольного треугольника klm , гипотенуза которого представляет собой фазный ток, а больший катет равен половине линейного тока, следует

$$\frac{I_{л}}{2} = I_{\phi} \cos 30^{\circ} = I_{\phi} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

или

$$I_{л} = \sqrt{3} I_{\phi},$$

(4)

т.е. линейные токи при условии их симметрии в $\sqrt{3}$ раз больше фазных токов.

Таким образом, при рассмотрении трехфазных цепей, соединенных звездой или треугольником, мы приходим к следующим важным соотношениям между фазными и линейными напряжениями и токами в трехфазных цепях при симметричных режимах:

для звезды

$$U_{л} = \sqrt{3} U_{\phi}, \quad I_{л} = I_{\phi};$$

для треугольника

$$U_{л} = U_{\phi}, \quad I_{л} = \sqrt{3} I_{\phi}. \quad (5)$$

Выше были рассмотрены примеры трехфазных цепей, в которых генератор и приемник были соединены одинаково: или оба звездой (рис.6), или оба треугольником (рис.9). Однако в общем случае способ соединения генератора не предопределяет схему соединения приемника. И, например, к генератору, соединенному звездой, можно присоединить приемники, соединенные как звездой, так и треугольником, а с генератором, соединенным треугольником, могут работать приемники, соединенные и треугольником, и звездой [1].

На практике трехфазные генераторы преимущественно соединяются звездой. В этом случае сохраняется возможность создать для питания приемников как трехпроводную (рис.6,б), так и четырехпроводную (рис.6,а) сеть, которая является более универсальной, поскольку несет в себе как систему линейных, так и систему фазных напряжений.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Как устроен синхронный генератор?
2. В чем заключаются преимущества соединения однофазных обмоток генератора в звезду?
3. Как достигается симметрия работы трехфазной системы?
4. Что может привести в генераторе к несимметрии системы напряжений?
5. Нарисуйте векторную диаграмму токов трехфазной системы напряжений.
6. Почему из всех многофазных систем напряжений выбрана трехфазная?

2. Мощность трехфазной системы

2.1. Активная мощность

Активная мощность трехфазной цепи как скалярная величина, отражающая среднюю скорость поступления энергии в электрическую цепь, может быть определена суммой активных мощностей отдельных фаз

$$P = P_A + P_B + P_C, \quad (6)$$

или, выражая составляющие правой части равенства через действующие фазные напряжения и токи,

$$P = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C, \quad (7)$$

где $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$ - углы сдвига фазных напряжений относительно фазных токов в отдельных фазах трехфазной цепи.

При симметричном режиме цепи, когда напряжения, токи и фазовые углы в различных фазах соответственно равны друг другу:

$$U_A = U_B = U_C = U_\phi; \quad I_A = I_B = I_C = I_\phi; \quad \varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi,$$

выражение для активной мощности трехфазной цепи может быть существенно упрощено:

$$P = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi. \quad (8)$$

Учитывая (5), активную мощность при симметричном режиме можно выразить через линейные напряжения и токи одной формулой

$$P = \sqrt{3}U_\ell I_\ell \cos \varphi \quad (9)$$

независимо от способа соединения фаз цепи.

2.2. Реактивная мощность

Реактивная мощность трехфазной цепи обычно определяется алгебраической суммой реактивных мощностей отдельных фаз:

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C, \quad (10)$$

что при записи составляющих правой части равенства через действующие фазные напряжения и токи приводит к выражению

$$Q = U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C. \quad (11)$$

При симметричном режиме цепи реактивная мощность выражается через фазные напряжения и токи в виде

$$Q = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi, \quad (12)$$

а через линейные напряжения и токи формулой

$$Q = \sqrt{3}U_\ell I_\ell \sin \varphi. \quad (13)$$

2.3. Полная мощность

Полная мощность трехфазной цепи при симметричном режиме выражается в виде

$$S = 3U_\phi I_\phi = \sqrt{3}U_\ell I_\ell. \quad (14)$$

При несимметричном режиме полная мощность, впрочем, как и ее реактивная составляющая, не дает объективной характеристики энергетического процесса цепи, в частности, нагрузки генератора в целом, и поэтому на практике ею пользуются весьма редко. Тем не менее, предупредим, что было бы неправильно определять полную мощность трехфазной цепи при несимметричном режиме путем простого суммирования полных мощностей отдельных фаз. Ее следует вычислять в этом случае через активную и реактивную мощности цепи по обычной формуле

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

2.4. Комплексная мощность

Комплексная мощность трехфазной цепи определяется суммой комплексных мощностей отдельных фаз:

$$\dot{S} = \dot{S}_A + \dot{S}_B + \dot{S}_C,$$

(15)

и вычисляется через комплексные фазные токи и сопряженные комплексные фазные напряжения цепи по формуле

$$\dot{S} = \widehat{U}_A \dot{I}_A + \widehat{U}_B \dot{I}_B + \widehat{U}_C \dot{I}_C, \quad (16)$$

где $\widehat{U}_A, \widehat{U}_B, \widehat{U}_C$ - сопряженные комплексные величины фазных напряжений.

К (16) нетрудно прийти, обращаясь к алгебраической форме записи комплексной мощности

$$\dot{S} = P - jQ$$

и правилам расчета активной P и реактивной Q мощностей в общем случае несимметричного режима трехфазной цепи. При симметричном режиме трехфазной цепи ее комплексная мощность равна утроенному значению комплексной мощности одной фазы, например фазы A :

$$\dot{S} = 3\dot{S}_A = 3\widehat{U}_A \dot{I}_A.$$

(17)

2.5. Мгновенная мощность

Мгновенная мощность трехфазной цепи при произвольном режиме определяется суммой мгновенных мощностей трех ее фаз [4]:

$$p = p_A + p_B + p_C = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C.$$

При симметричном режиме цепи, когда мгновенные фазные напряжения и токи можно представить в виде (начальную фазу напряжения фазы A для простоты принимаем равной нулю):

$$u_A = U_m \sin \omega t; \quad u_B = U_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right); \quad u_C = U_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$i_A = I_m \sin(\omega t - \varphi); \quad i_B = I_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right); \quad i_C = I_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} - \varphi\right).$$

Подставляя эти значения в формулу для мгновенной мощности, получим

$$p = U_m I_m \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi) + U_m I_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) +$$

$$+ U_m I_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} - \varphi\right)$$

или после преобразования произведений синусов в разность косинусов

$$p = 0,5U_m I_m \cos \varphi - 0,5U_m I_m \cos(2\omega t - \varphi) +$$

$$+ 0,5U_m I_m \cos \varphi - 0,5U_m I_m \cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) +$$

$$+ 0,5U_m I_m \cos \varphi - 0,5U_m I_m \cos\left(2\omega t - \varphi + \frac{4\pi}{3}\right).$$

Нетрудно убедиться, что три слагаемых правой колонки этого выражения в сумме дают нуль. Сумма трех одинаковых слагаемых левой колонки последнего выражения равна утроенному значению одного из слагаемых:

$$p = 1,5U_m I_m \cos \varphi = 3UI \cos \varphi = P.$$

Таким образом, приходим к выводу, что мгновенная мощность трехфазной цепи при симметричном режиме не зависит от времени, т.е. является постоянной величиной, равной активной мощности этой цепи. В этом заключается важнейшее преимущество трехфазных цепей по сравнению с однофазными цепями, в которых наблюдаются резкие колебания мгновенной мощности, определяющие неравномерное поступление энергии в цепь. Указанное преимущество проявляется особенно ярко в различных аппаратах и машинах, преобразующих электромагнитную энергию в механическую. При неравномерном поступлении электромагнитной энергии в такие устройства в них наблюдается колебание механических сил, приводящее к сильным вибрациям отдельных узлов этих устройств. При трехфазном же исполнении аппаратов и машин энергия в них поступает из электрической сети равномерно и вибрации в этих устройствах снижаются. Подчеркнем, что постоянство мгновенной мощности наблюдается, как правило, только при симметричном режиме трехфазной цепи.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Как рассчитать активную мощность трехфазной электрической цепи?
2. В чем основное преимущество трехфазной электрической цепи перед однофазной?
3. Какое из соединений фазных обмоток электрического генератора (треугольником или звездой) является предпочтительным?
4. В каких случаях наличие четвертого провода в трехфазной электрической системе дает существенные преимущества?
5. Какая из электрических систем (однофазная или трехфазная) является более эффективной?

3. Расчет трехфазных цепей

3.1. Общие замечания к расчету трехфазных цепей

Трехфазная цепь представляет собой пример сложной цепи переменного тока, поскольку в ней, по существу, действует три источника. Поэтому для расчета такой цепи в принципе можно использовать любой из известных методов расчета сложных цепей переменного тока. Однако особенность конфигурации трехфазных цепей, заключающаяся в том, что эти цепи содержат в себе три одинаковых по схеме участка (три фазы), приводит к возможности существенного упрощения их расчета, а главное, созданию заранее составленных программ решения и даже выводу готовых формул для расчета ряда характерных режимов [2].

Предварительно необходимо договориться о некоторых правилах при расчете трехфазных цепей.

3.1.1. О выборе положительных направлений в трехфазных цепях. До сих пор мы неоднократно подчеркивали произвольность выбора положительных направлений в ветвях сложных цепей при их расчете. Однако в трехфазных цепях, с целью более полной реализации упрощения расчетов, рекомендуется придерживаться правила единообразия положительных направлений в отдельных фазах.

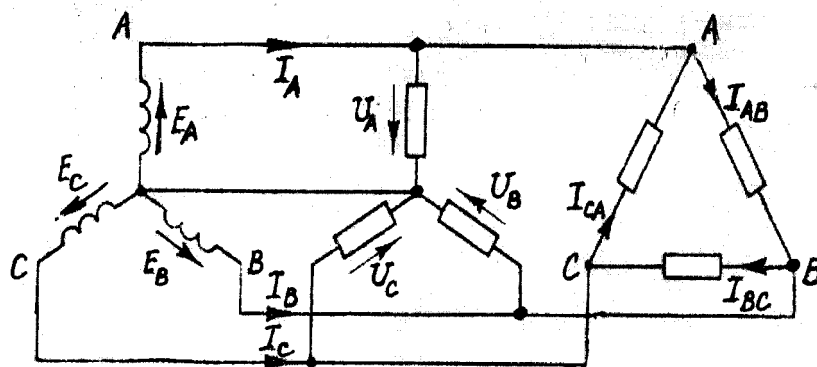


Рис.11

Это значит, что, направив ток I_A в линейном проводе A , например, к приемнику (рис.11), следует токи I_B и I_C в двух других линейных проводах направить также от источника к приемнику (выбор направления тока в нейтральном проводе остается произвольным). Аналогично, выбрав направление U_A в фазе A звезды, допустим, от вершины к нейтральной точке, напряжения U_B и U_C также целесообразно направить к нейтральной точке, а не наоборот. Если в фазе AB треугольника ток I_{AB} был направлен от вершины, обозначенной предшествующей по алфавиту буквой, к вершине, помеченной последующей буквой, то эту последовательность следует выдерживать и в токах I_{BC} и I_{CA} двух других фаз, направив их соответственно от вершины B к вершине C и от вершины C к вершине A .

Естественно, что при расчете трехфазных цепей не следует пренебрегать правилом, согласно которому направления ЭДС, напряжения и тока в данном приемнике следует принимать одинаковыми, а напряжение источника предпочтительнее направлять навстречу его ЭДС.

3.1.2. О правиле круговой перестановки индексов. При соблюдении рекомендаций предшествующего пункта по выбору положительных направлений в трехфазных цепях достигается полное единообразие формул расчета тех или иных величин для отдельных фаз цепей. Ранее были получены выражения для линейных напряжений трехфазной цепи через ее фазные напряжения:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A.$$

Сопоставляя эти выражения друг с другом, нетрудно прийти к выводу, что каждое следующее из них может быть получено из предыдущего путем круговой перестановки индексов, т.е. замены индекса A на следующий по алфавиту индекс B , индекса B на C и, наконец, C на A (рис.12).

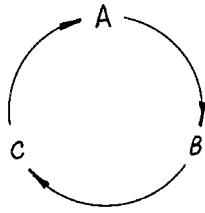


Рис.12

Это формальное правило, которое при единообразном выборе положительных направлений остается справедливым для выражений любой сложности, позволяет ограничиться выводом какой-либо расчетной формулы только для одной фазы цепи. Аналогичные же формулы для двух других фаз легко составляются по ней, не прибегая к повторным выводам.

3.1.3. О применении закона Ома к трехфазным цепям. При расчете электрических цепей, вне зависимости от их сложности и рода протекающего в них тока, мы широко пользуемся законом Ома для участка цепи. Нельзя обойтись без этого закона и при расчете трехфазных цепей, хотя пользоваться им в этом случае необходимо с особой осторожностью. Обращаем внимание на то, что законом Ома в трехфазных цепях, по существу, могут связываться только фазные токи и фазные напряжения. Необдуманная подстановка в этот закон линейных токов и линейных напряжений может привести к ошибке. Это объясняется тем, что три величины, входящие в этот закон, - ток, напряжение и сопротивление всегда должны относиться к одному и тому же участку или элементу цепи. В трехфазной же цепи понятие сопротивления может относиться только к фазе (понятия линейного сопротивления не существует). Поэтому как токи, так и напряжения, связанные законом Ома, также должны относиться к фазам, т.е. являться фазными величинами.

3.1.4. Введение оператора трехфазной системы. Для записи комплексных значений токов, напряжений или ЭДС, принадлежащих симметричной системе, удобно использовать комплексное число [2]

$$b = e^{-j\frac{2\pi}{3}},$$

являющееся оператором поворота векторов на угол 120° в отрицательную сторону (по часовой стрелке) и часто называемое оператором трехфазной системы.

Как известно, векторы $\bar{U}_A$, $\bar{U}_B$, $\bar{U}_C$ симметричной системы каких-либо величин равны по величине, но каждый следующий по очереди вектор отстает от предыдущего на угол 120° . Поэтому, располагая, например, комплексным значением $\dot{U}_A$ величины в фазе A , нетрудно получить комплексное значение той же величины в фазе B путем умножения первого значения на оператор b :

$$\dot{U}_B = \dot{U}_A b.$$

Аналогично комплексное значение рассматриваемой величины в фазе C можно определить через величину $\dot{U}_B$:

$$\dot{U}_C = \dot{U}_B b,$$

или, подставляя первое выражение во второе,

$$\dot{U}_C = \dot{U}_A b^2.$$

Так по одной величине симметричной системы легко получить две других ее составляющих. При дальнейших расчетах могут оказаться полезными следующие выражения, связывающие оператор трехфазной системы:

$$b = e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + j\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} = -0,5 - j 0,866;$$

$$b^2 = e^{-j\frac{4\pi}{3}} = e^{+j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} = -0,5 + j 0,866;$$

$$b^3 = e^{-j2\pi} = 1; \quad b^4 = b^3 b = b; \quad 1 + b + b^2 = 0.$$

Для запоминания числовых значений оператора трехфазной системы и его различных степеней в алгебраической форме, а также проверки последнего равенства удобно сам оператор и его степени представить в виде единичных векторов (рис.13) и затем мысленно спроектировать их на вещественную и мнимую оси.

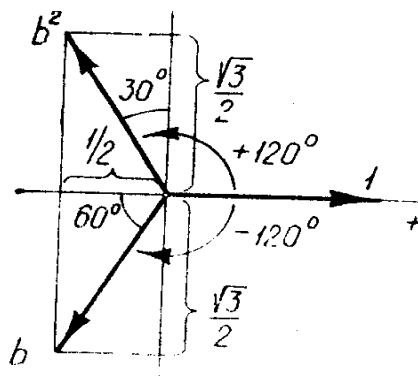


Рис.13

3.1.5. Формулировка расчетного задания. Классической формой задачи расчета трехфазной цепи является условие, в котором, наряду с параметрами цепи, заданы ЭДС источников или напряжения сети, от которой питается данная цепь. При этом обращаем внимание, что три ЭДС генератора в общем случае должны быть заданы не только по величине, но и по начальной фазе. Аналогично должны быть заданы и напряжения питающей сети, причем, если в трехпроводной сети достаточно знать систему линейных напряжений, то для четырехпроводной сети в общем случае необходимо задать ее фазные

напряжения, так как по ним всегда могут быть определены линейные напряжения; обратный же пересчет невозможен, так как линейные напряжения не определяют систему фазных напряжений. Лишь в частном случае, когда известно, что система ЭДС или питающих напряжений симметрична, достаточно задать одну величину - либо фазную, либо линейную и только по действующему значению. Начальную фазу заданной ЭДС или напряжения в одной из фаз цепи в этом случае можно принять равной нулю, записав комплекс заданной величины чисто вещественным числом. При этом комплексы ЭДС или напряжений в двух других фазах определяются из условия симметрии системы заданных величин.

3.2. Расчет несимметричных режимов трехфазных цепей

3.2.1. Классификация задач. Порядок расчета трехфазной цепи в общем случае зависит от способа соединения фаз приемника и источника (звезда или треугольник), характера связи источника и приемника (непосредственная или через линию передачи, по трехпроводной или четырехпроводной цепи), а также от состава заданных характеристик источника (напряжений или ЭДС с внутренними сопротивлениями).

Проще решаются задачи при задании напряжений источника. В этом случае можно вообще отвлечься от его присутствия в цепи и рассматривать питание приемника от трехфазной сети с заданной системой напряжений. Задание источника совокупностью его ЭДС с внутренними сопротивлениями фаз требует рассмотрения всей цепи в целом, что ведет к некоторому усложнению задачи.

3.2.2. Треугольник при непосредственном питании от сети. Для питания приемника, соединенного треугольником, достаточно иметь трехпроводную сеть (рис.14).

Заданные линейные напряжения $\dot{U}_{AB}$, $\dot{U}_{BC}$, $\dot{U}_{CA}$ сети являются в этом случае фазными напряжениями приемника, по ним определяются фазные токи

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_{AB}} ; \quad \dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_{BC}} ; \quad \dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_{CA}} ,$$

где Z_{AB}, Z_{BC}, Z_{CA} - предполагаемые известными сопротивления фаз приемника.

Линейные токи приемника при выбранных на рис.9 направлениях токов определяются выражениями

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} ; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} ; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} .$$

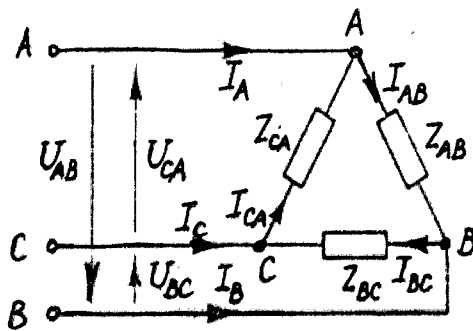


Рис.14

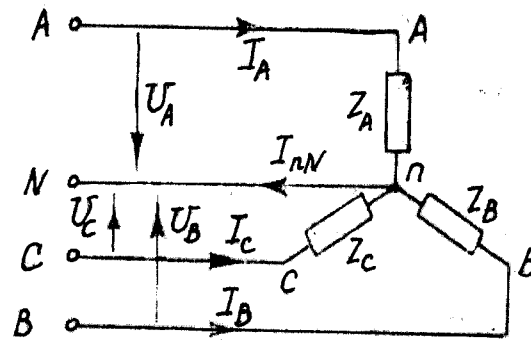


Рис.15

3.2.3. Звезда с нейтральным проводом при непосредственном питании от сети. В этом случае питание приемника осуществляют от четырехпроводной сети (рис.15) и для решения задачи необходимы ее фазные напряжения $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$. Тогда фазовые (они же и линейные) токи приемника определяются по предполагаемым известными сопротивлениям Z_A, Z_B, Z_C фаз приемника

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_A}; \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z_B}; \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_C}.$$

Ток в нейтральном проводе при указанных на схеме направлениях токов равен

$$\dot{I}_{nN} = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

3.2.4. Звезда без нейтрального провода при непосредственном питании от сети. Расчет этой цепи (рис.16) представляет собой более сложную задачу, чем две предыдущих, так как любая заданная система напряжений сети (фазные и линейные) в этом случае не является системой фазных напряжений приемника, без которой невозможно определение его фазных токов. Поскольку питание приемника осуществляется от трехпроводной сети, для решения задачи, в конечном счете, необходимы ее линейные напряжения $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$. Обращаясь к первому закону Кирхгофа, записанному для нейтральной точки приемника, получим

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$$

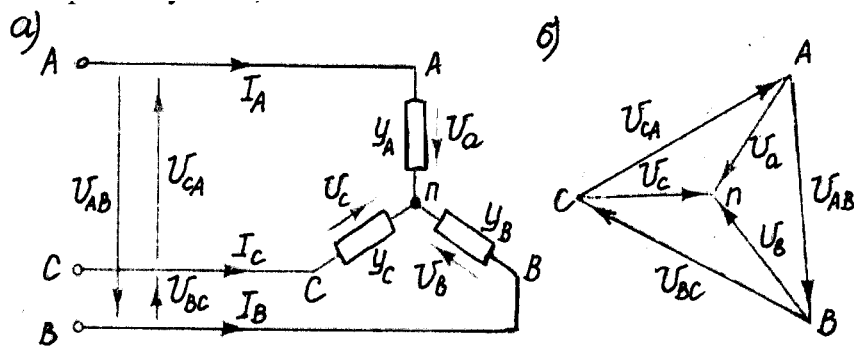


Рис.16

Выразим фазные токи приемника через его фазные напряжения $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$ и предполагаемые известными проводимости Y_A, Y_B, Y_C фаз приемника

$$\dot{I}_A = Y_A \dot{U}_a; \quad \dot{I}_B = Y_B \dot{U}_b; \quad \dot{I}_C = Y_C \dot{U}_c$$

и подставим результаты в исходное уравнение

$$Y_A \dot{U}_a + Y_B \dot{U}_b + Y_C \dot{U}_c = 0.$$

На основании второго закона Кирхгофа, записанного по двум контурам цепи (через фазы A, B и фазы C, A), представим фазные напряжения $\dot{U}_b$ и $\dot{U}_c$ через фазное напряжение $\dot{U}_a$ и заданные линейные напряжения

$$\dot{U}_b = -\dot{U}_{AB} + \dot{U}_a; \quad \dot{U}_c = \dot{U}_{CA} + \dot{U}_a$$

и подставим их в предыдущее уравнение

$$Y_A \dot{U}_a - Y_B \dot{U}_{AB} + Y_B \dot{U}_a + Y_C \dot{U}_{CA} + Y_C \dot{U}_a = 0.$$

Отсюда для фазного напряжения $\dot{U}_a$ приемника получаем

$$\dot{U}_a = \frac{\dot{U}_{AB} Y_B - \dot{U}_{CA} Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}. \quad (18)$$

Аналогичным приемом, но исключая из исходного уравнения другие пары напряжений, или же путем круговой перестановки индексов можно получить подобные выражения для напряжений для других фаз приемника:

$$\dot{U}_b = \frac{\dot{U}_{BC} Y_C - \dot{U}_{AB} Y_A}{Y_A + Y_B + Y_C}; \quad \dot{U}_c = \frac{\dot{U}_{CA} Y_A - \dot{U}_{BC} Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C}. \quad (19)$$

Используя эти формулы, по заданным линейным напряжениям сети рассчитывают фазные напряжения приемника, которые позволяют без труда вычислить и его фазные токи.

3.2.5. Обрыв фазы в звезде без нейтрального провода. Применим формулы (18) и (19) для анализа важного с практической точки зрения режима аварии в трехфазном приемнике, соединенном звездой без нейтрального провода (рис.17), при внутреннем обрыве одной из фаз. Будем считать, что до аварии, как это обычно имеет место в действительности, приемник был симметричным, т.е. комплексные проводимости всех трех его фаз были одинаковыми ($Y_A = Y_B = Y_C = Y$).

При обрыве одной из фаз, например фазы A (рис.17), ее проводимость падает до нуля ($Y_A = 0$), в то время как проводимости других фаз остаются прежними ($Y_B = Y_C = Y$). В этом случае для трех фазных напряжений приемника получим

$$\begin{aligned}\dot{U}_a &= \frac{\dot{U}_{AB}Y_B - \dot{U}_{CA}Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} = \frac{\dot{U}_{AB} - \dot{U}_{CA}}{2}; & \dot{U}_b &= \frac{\dot{U}_{BC}Y_C - \dot{U}_{AB}Y_A}{Y_A + Y_B + Y_C} = \frac{\dot{U}_{BC}}{2}; \\ \dot{U}_c &= \frac{\dot{U}_{CA}Y_A - \dot{U}_{BC}Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C} = -\frac{\dot{U}_{BC}}{2}.\end{aligned}$$

Топографическая векторная диаграмма фазных напряжений приемника, построенная в соответствии с полученными результатами, приведена на рис.17,б, из которого следует, что при рассматриваемой аварии нейтральная точка на диаграмме «падает» на середину вектора линейного напряжения, противоположного вершине оборванной фазы.

При этом напряжения $\dot{U}_b$ и $\dot{U}_c$ здоровых фаз, а вместе с ними и их токи

$$\dot{I}_B = \dot{U}_b Y; \quad \dot{I}_C = \dot{U}_c Y = -\dot{U}_b Y = -\dot{I}_B$$

становятся равными друг другу по величине и противоположными по фазе.

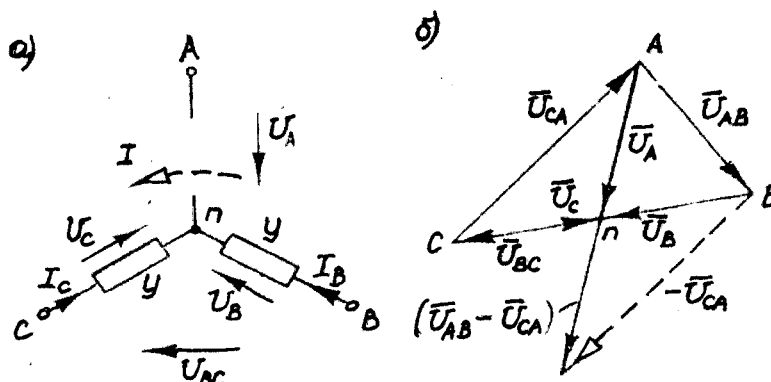


Рис.17

Последнее обстоятельство легко уясняется физически. Действительно, обрыв фазы в звезде без нейтрального провода означает переход приемника в однофазный режим, когда две оставшиеся невредимыми фазы, соединенные друг с другом последовательно, питаются от линейного напряжения $\dot{U}_{BC}$ (рис.17,а). Поэтому естественно, что по ним будет протекать один и тот же ток, который формально при принятых ранее положительных направлениях в фазах (от вершин к нейтральной точке) следует рассматривать в них как два противоположных по знаку, т.е. сдвинутых по фазе на 180° ($\dot{I}_C = -\dot{I}_B$). На векторной диаграмме эти токи, как и соответствующие фазные напряжения, изобразятся равными по величине, но противоположными по направлению векторами.

3.2.6. Звезда без нейтрального провода при питании через линию передачи. При известной системе линейных напряжений $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$, питающей сети (рис.18,а), эта задача приводится к более простой задаче, если учесть, что провода линии передачи с сопротивлениями $Z_{\text{л}A}, Z_{\text{л}B}, Z_{\text{л}C}$ соединены последовательно с соответствующими фазами приемника Z_a, Z_b, Z_c . Переходя к эквивалентному приемнику с сопротивлениями фаз [2]

$$Z_A = Z_{\text{л}A} + Z_a ; \quad Z_B = Z_{\text{л}B} + Z_b ; \quad Z_C = Z_{\text{л}C} + Z_c ,$$

получим упрощенную схему непосредственного соединения источника с приемником (рис.18,б), расчет токов $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ которой был изложен в п.1.4. По этим токам, возвращаясь к исходной схеме рис.14,а, нетрудно определить фазные напряжения исходного приемника

$$\dot{U}_a = \dot{I}_A Z_a ; \quad \dot{U}_b = \dot{I}_B Z_b ; \quad \dot{U}_c = \dot{I}_C Z_c$$

и его линейные напряжения

$$\dot{U}_{\text{л}A} = \dot{I}_A Z_{\text{л}A} ; \quad \dot{U}_{\text{л}B} = \dot{I}_B Z_{\text{л}B} , \quad \dot{U}_{\text{л}C} = \dot{I}_C Z_{\text{л}C} .$$

Топографическая диаграмма напряжений для исходной цепи (рис.18,а) представлена на рис.18,в. Векторы $\bar{U}_{\text{л}A}, \bar{U}_{\text{л}B}, \bar{U}_{\text{л}C}$ падений напряжений в линейных проводах строятся из вершин A, B, C треугольника линейных напряжений источника. Концы этих векторов определяют на диаграмме точки a, b, c , соответствующие вершинам звезды приемника, из которых начинаются векторы $\bar{U}_a, \bar{U}_b, \bar{U}_c$ его фазных напряжений, сходящиеся в нейтральной точке n . Векторы $\bar{U}_{ab}, \bar{U}_{bc}, \bar{U}_{ca}$ линейных напряжений приемника образуют треугольник abc .

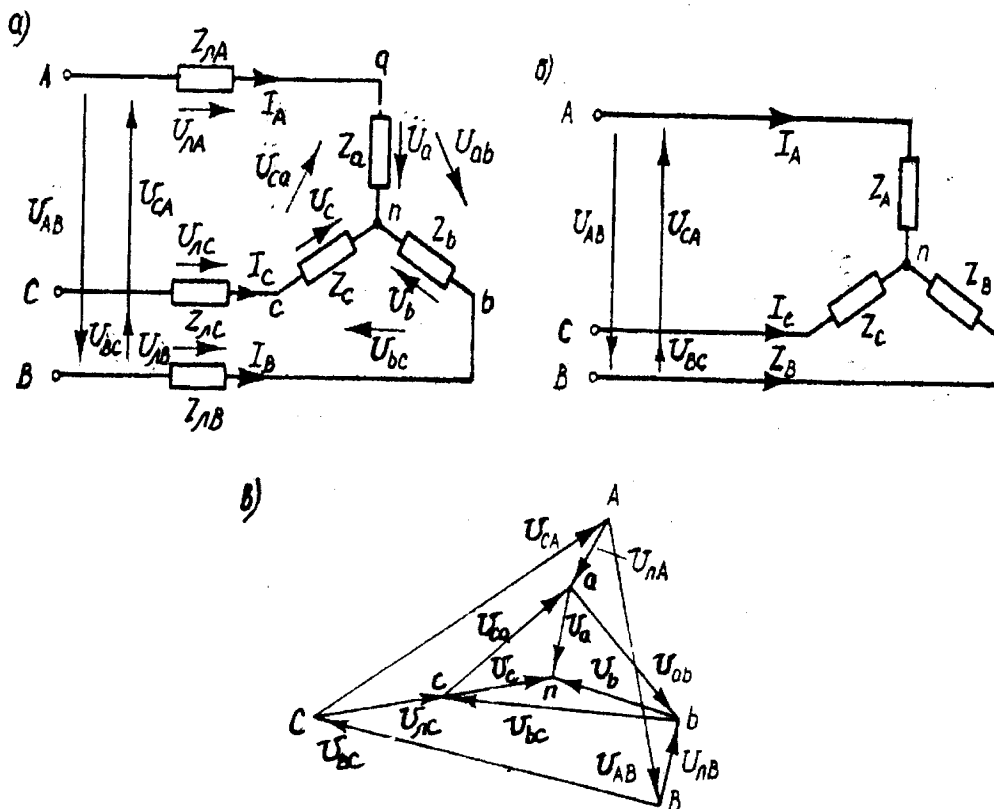


Рис.18

3.2.7. Звезда с нейтральным проводом при питании через линию передачи. Наличие нейтрального провода требует задания в питающей сети (рис.19,а) системы фазных напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ источника. Расчет цепи начинают с внесения сопротивлений $Z_{лA}, Z_{лB}, Z_{лC}$ линейных проводов в фазы приемника, в результате чего приходят к упрощенной схеме (рис.19,б) с эквивалентным приемником, проводимости фаз которого равны

$$Y_A = \frac{1}{Z_{лA} + Z_a} ; \quad Y_B = \frac{1}{Z_{лB} + Z_b} ; \quad Y_C = \frac{1}{Z_{лC} + Z_c} .$$

Подчеркивая, что нейтральный провод невозможно объединить ни с одной из фаз приемника, будем этот провод с целью упрощения дальнейших преобразований также характеризовать проводимостью

$$Y_N = \frac{1}{Z_N} .$$

Запишем первый закон Кирхгофа для узла приемника (рис.19,б)

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_N$$

(20)

и выразим в нем токи через соответствующие проводимости и напряжения

$$\dot{I}_A = Y_A \dot{U}'_A; \quad \dot{I}_B = Y_B \dot{U}'_B; \quad \dot{I}_C = Y_C \dot{U}'_C; \quad \dot{I}_N = Y_N \dot{U}_N,$$

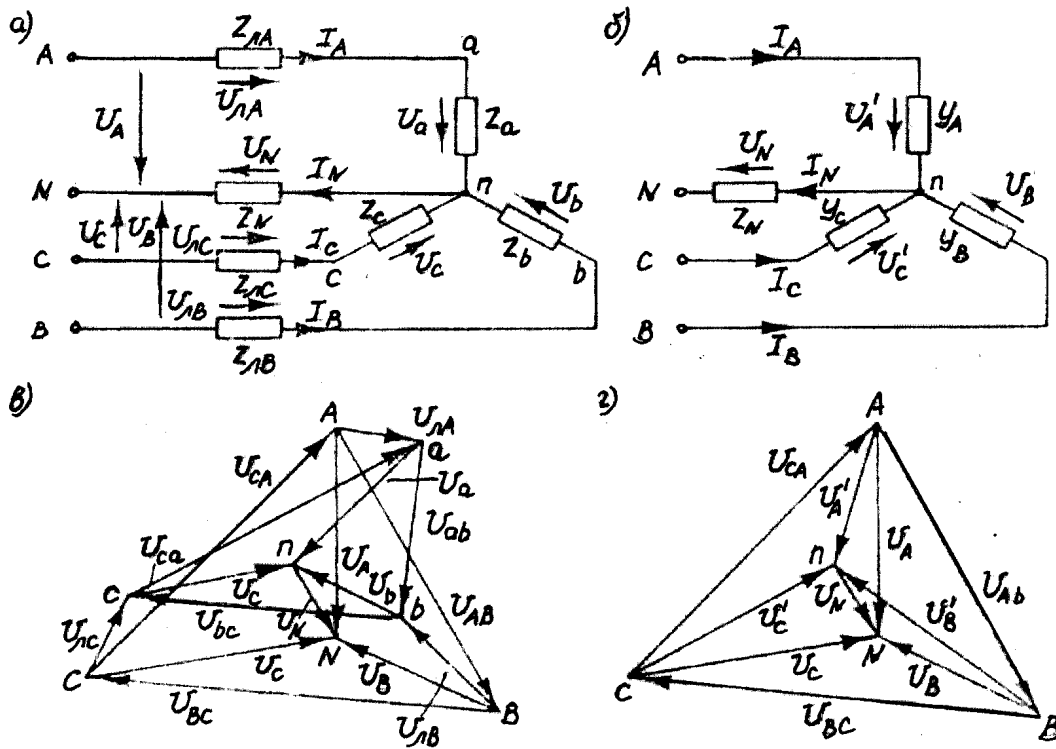


Рис.19

где $\dot{U}_N$ - напряжение между нейтральными точками n приемника и N источника. Тогда с учетом (20): $Y_A \dot{U}'_A + Y_B \dot{U}'_B + Y_C \dot{U}'_C = Y_N \dot{U}_N$.

Используя второй закон Кирхгофа по контурам каждой фазы, представим напряжения $\dot{U}'_A, \dot{U}'_B, \dot{U}'_C$ на эквивалентном приемнике через заданные фазные напряжения источника и напряжение $\dot{U}_N$:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_N; \quad \dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_N; \quad \dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_N$$

и подставим эти выражения в (20):

$$Y_A \dot{U}_A - Y_A \dot{U}_N + Y_B \dot{U}_B - Y_B \dot{U}_N + Y_C \dot{U}_C - Y_C \dot{U}_N = Y_N \dot{U}_N.$$

Отсюда нетрудно определить напряжение между нейтральными точками

$$\dot{U}_N = \frac{Y_A \dot{U}_A + Y_B \dot{U}_B + Y_C \dot{U}_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_N}, \quad (21)$$

которое позволяет по предшествующим формулам рассчитать напряжения $\dot{U}'_A, \dot{U}'_B, \dot{U}'_C$ на эквивалентном приемнике (рис.15,б) и токи $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ фаз. Далее при необходимости вычисляют ток $\dot{I}_N$ в нейтральном проводе и напряжения исходного приемника.

На рис.19,в,г приведены топографические диаграммы напряжений для этого случая, на которых, наряду с векторами заданных фазных напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ источника, построены и векторы $\bar{U}_{AB}, \bar{U}_{BC}, \bar{U}_{CA}$ его линейных напряжений, однозначно определяющиеся по системе фазных напряжений. При этом диаграмма на рис.19,в соответствует исходной схеме цепи (рис.19,а), а построения на рис.19,г сделаны для упрощенной схемы (рис.19,б). На последнем рисунке векторы $\bar{U}'_A, \bar{U}'_B, \bar{U}'_C$ фазных напряжений эквивалентного приемника сходятся в точке n , соответствующей его нейтральной точке, а вектор $\bar{U}_N$ соединяет нейтральную точку n приемника с нейтральной точкой N источника. В первой же диаграмме каждый вектор системы фазных напряжений эквивалентного приемника разложен на две составляющих - вектор падения напряжения на соответствующем линейном проводе (векторы $\bar{U}_A, \bar{U}_B, \bar{U}_C$) и вектор фазного напряжения заданного приемника (векторы $\bar{U}_a, \bar{U}_b, \bar{U}_c$). Система последних векторов сходится в нейтральной точке n приемника, положение которой, как и положение вектора $\bar{U}_N$, одинаково на обеих векторных диаграммах. На рис.19,в показаны также и векторы $\bar{U}_{ab}, \bar{U}_{bc}, \bar{U}_{ca}$ линейных напряжений приемника.

Формула (21) для напряжения $\dot{U}_N$ между точками приемника и источника справедлива не только для цепей с нейтральным проводом. Ею можно пользоваться и в цепях без нейтрального провода (рис.15 и 18), если известны фазные напряжения источника. В этом случае достаточно положить проводимость нейтрального провода равной нулю ($Y_N = 0$):

$$\dot{U}_N = \frac{Y_A \dot{U}_A + Y_B \dot{U}_B + Y_C \dot{U}_C}{Y_A + Y_B + Y_C}.$$

С другой стороны, если сопротивление нейтрального провода ничтожно мало ($Z_N = 0$), т.е. можно считать, что его проводимость Y_N стремится к бесконечности, формула (21) приводит к результату $U_N = 0$. Это означает, что нейтральные точки n приемника и N источника на топографической диаграмме (рис.19,г) совпадут.

Заметим, что при определенных сочетаниях параметров фаз приемника напряжение $\dot{U}_N$ может достичь значительных величин, в результате чего нейтральная точка n приемника на топографической диаграмме выйдет за пределы треугольника ABC линейных напряжений источника (рис.20).

Из последней формулы вытекает также, что при симметричной звезде ($Y_A = Y_B = Y_C = Y$) и симметричной системе фазных напряжений источника напряжение $\dot{U}_N$ между нейтральными точками приемника и источника, даже при отсутствии нейтрального провода ($Y_N = 0$), обращается в нуль:

$$\dot{U}_N = \frac{Y_A \dot{U}_A + Y_B \dot{U}_B + Y_C \dot{U}_C}{Y_A + Y_B + Y_C} = \frac{Y \dot{U}_A + Y \dot{U}_B + Y \dot{U}_C}{3Y} = 0,$$

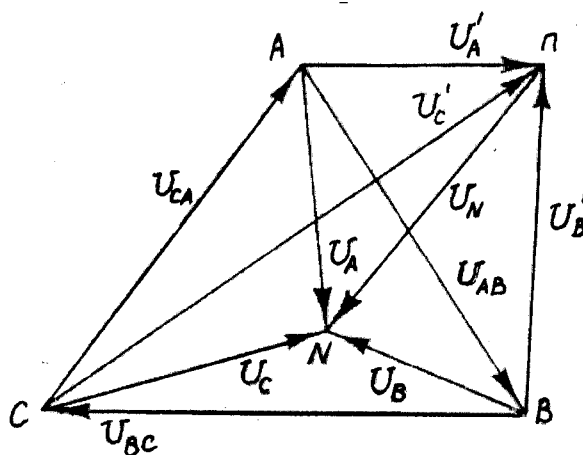


Рис.20

так как сумма трех векторов симметричной системы равна нулю. Очевидно, что в этом случае нейтральные точки приемника и источника на топографической диаграмме напряжений совмещены.

3.2.8. Треугольник при питании через линию передачи. Расчет такой цепи (рис.21,а) начинают с преобразования заданного треугольника в эквивалентную звезду, в результате чего (рис.21,б) задача приводится к рассмотренному примеру (рис.18,а). После определения линейных напряжений $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$ на эквивалентной звезде (рис.21,б), которые, очевидно, будут равны фазным напряжениям исходного треугольника, рассчитывают его фазные токи $\dot{I}_{ab}, \dot{I}_{bc}, \dot{I}_{ca}$. С помощью первого закона Кирхгофа, записанного для узлов a, b, c приемника, можно по вычисленным ранее (при расчете эквивалентной цепи, рис.21,б) линейным токам $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ проверить правильность решения задачи.

Топографическая диаграмма напряжений для рассмотренной цепи представлена на рис.21,в. Она отличается от диаграммы, построенной на рис.18,в для цепи рис.18,а или, что то же, для эквивалентной цепи рис.21,б, отсутствием системы фазных напряжений эквивалентной звезды, которые в действительной цепи с треугольником (рис.21,а) не существуют.

3.3. Расчет симметричных режимов трехфазных цепей

3.3.1. Особенности расчета симметричных режимов. Симметричные режимы в трехфазных цепях являются частным случаем несимметричных режимов и потому в принципе могут быть рассчитаны с помощью общих приемов, описанных в предыдущем параграфе. Однако такой подход не целесообразен, поскольку при симметричных режимах электромагнитные

процессы во всех трех фазах протекают совершенно одинаково, и их расчет достаточно провести только для одной фазы.

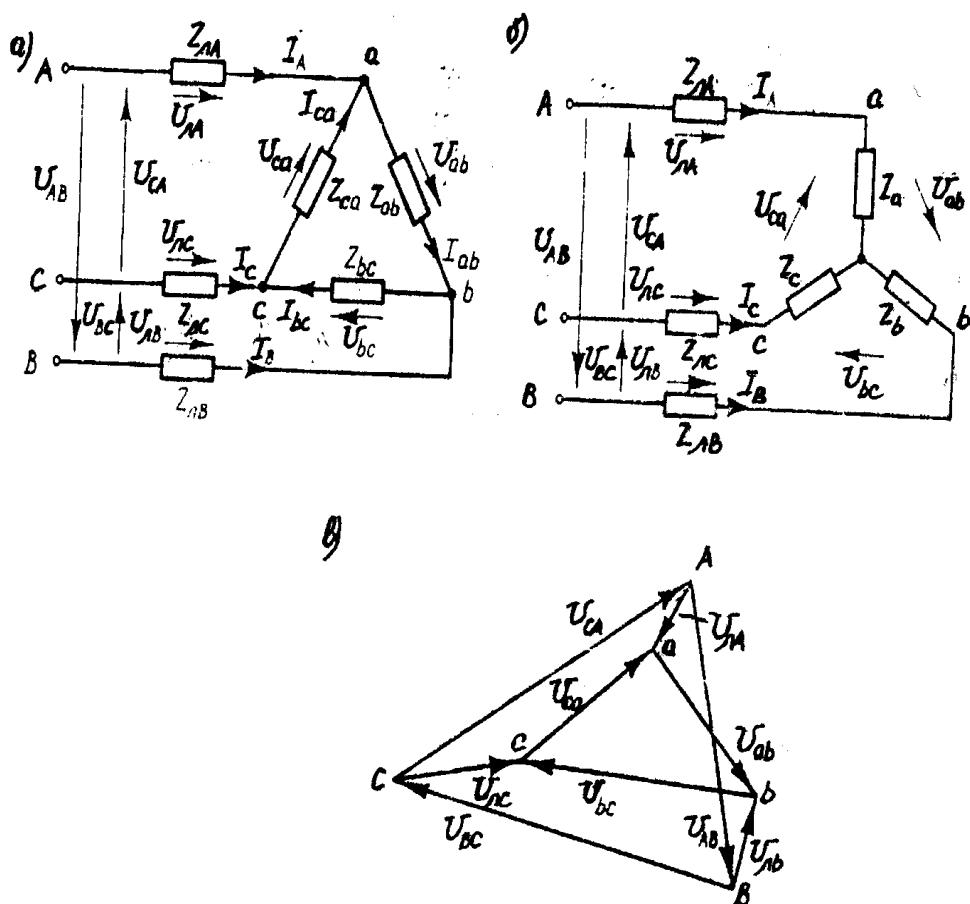


Рис.21

При этом он настолько упрощается, что решение задачи часто выполняют даже без применения символического метода. Действительно, обращаясь к одной фазе цепи, в которой действует только один источник, нет необходимости интересоваться фазой питающего напряжения, а достаточно знать его действующее значение. Вместе с тем электрическая связь между отдельными фазами цепи все же сохраняет некоторую специфичность режима трехфазных цепей, и поэтому простой ссылки на возможность его расчета в одной фазе недостаточно.

Ниже рассмотрено несколько примеров расчета симметричных режимов трехфазных цепей, расположенных, как и в предыдущем параграфе, в порядке их усложнения. Во всех примерах питание приемников осуществляется от трехфазной сети с заданными линейными и фазными напряжениями. Подчеркнем, что на практике для всех трехфазных сетей, вне зависимости от числа их проводов (при симметричных режимах используют только трехпроводные сети), называют два напряжения - линейное и фазное, отличающиеся друг от друга в $\sqrt{3}$ раз ($U_{л} = \sqrt{3}U_{ф}$) [3].

3.3.2. Треугольник при непосредственном питании от сети. Опираясь на линейное напряжение $U_{\text{л}}$ сети, которое в этом случае является фазным напряжением приемника (рис.22), определяем его фазный ток

$$I_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{z},$$

где z - полное сопротивление фазы приемника.

Линейный ток приемника будет в $\sqrt{3}$ раз больше фазного тока ($I_{\text{л}} = \sqrt{3}I_{\phi}$).

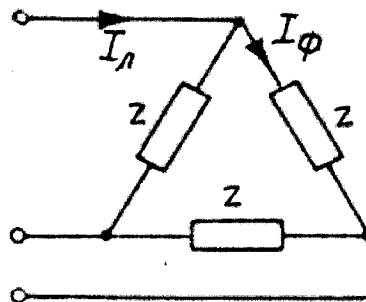


Рис.22

3.3.3. Звезда при непосредственном питании от сети. При симметричном режиме фазное напряжение приемника, соединенного звездой (рис.23), равно фазному напряжению U_{ϕ} сети.

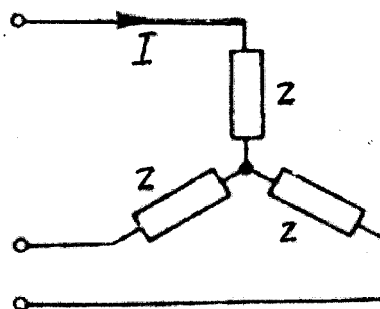


Рис.23

По этой величине и определяют фазный или, что то же самое, линейный ток приемника

$$I = \frac{U_{\phi}}{z}.$$

3.3.4. Взаимное преобразование симметричных звезды и треугольника. При расчете трехфазных цепей нередко приходится обращаться к преобразованию треугольника в эквивалентную звезду или же звезды в эквивалентный треугольник. В случае симметричности указанных элементов известные формулы для таких преобразований получают существенные упрощения. Обозначая параметры симметричных треугольника и звезды

соответственно индексами Δ и Y , упомянутые формулы можно записать проще:

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3} \text{ или } Y_Y = 3Y_\Delta.$$

Раскрывая содержание комплексных сопротивлений и проводимостей, от последней пары общих формул приходим к аналогичным частным связям

$$z_Y = \frac{z_\Delta}{3}; \quad y_Y = 3y_\Delta; \quad r_Y = \frac{r_\Delta}{3}; \quad g_Y = 3g_\Delta; \quad x_Y = \frac{x_\Delta}{3}; \quad b_Y = 3b_\Delta.$$

Таким образом, сопротивления симметричной звезды, эквивалентной заданному симметричному треугольнику, в три раза меньше его сопротивлений, а проводимости звезды в три раза больше проводимостей треугольника. Заметим, что фазовые углы φ приемников при этих преобразованиях не изменяются.

3.3.5. Учет взаимной индукции. Нередко отдельные фазы трехфазных цепей индуктивно связаны между собой. Рассмотрим вопрос об учете этой индуктивной связи при анализе симметричных режимов трехфазных цепей. Остановимся на простейшем примере симметричного приемника, в котором три идеальные катушки с одинаковыми собственными индуктивностями $L_A = L_B = L_C = L$ и попарными взаимными индуктивностями $M_{AB} = M_{BC} = M_{CA} = M$ соединены звездой так, что все концы катушек обращены к нейтральной точке (рис.24). Пусть токи I_A, I_B, I_C этих катушек составляют симметричную систему.

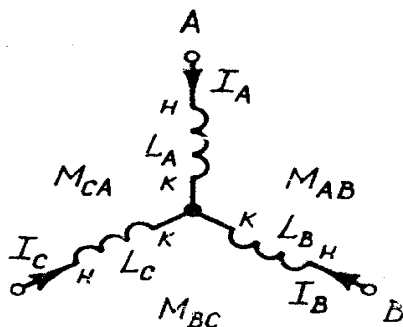


Рис.24

Поинтересуемся фазными напряжениями этого приемника, каждое из которых будет включать в себя напряжение самоиндукции данной фазы и два напряжения взаимоиндукции, вызванных токами в соседних фазах. Например, для фазы A эту сумму можно записать в виде [2]

$$\dot{U}_A = \dot{U}_{LA} + \dot{U}_{MAB} + \dot{U}_{MCA}$$

или, выражая отдельные составляющие через индуктивности и токи:

$$\dot{U}_A = j\omega L_A \dot{I}_A + j\omega M_{AB} \dot{I}_B + j\omega M_{CA} \dot{I}_C = j\omega L \dot{I}_A + j\omega M (\dot{I}_B + \dot{I}_C) = j\omega (L - M) \dot{I}_A,$$

так как при симметричном режиме $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$ и, следовательно, $\dot{I}_B + \dot{I}_C = -\dot{I}_A$. Очевидно, что аналогичные соотношения будут иметь место и для двух других фаз, и поэтому полученный результат можно записать без ссылки на какую-либо определенную фазу непосредственно для действующих напряжений и токов

$$U_{\text{тм}} = \omega(L - M)I_{\phi}.$$

Таким образом, взаимная индуктивность в симметричных цепях, не нарушая симметрии режима, приводит к изменению эквивалентной индуктивности фазы

$$L_{\phi} = L - M,$$

что может быть легко учтено при расчете.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Как определить напряжение U_N при наличии несимметрии нагрузки, подключенной звездой?
2. Как можно учесть падения напряжений в линиях при нахождении фазных напряжений на нагрузке, подключенной звездой?
3. Нарисуйте векторную диаграмму напряжений в нагрузке, подключенной звездой, при обрыве фазы.
4. Нарисуйте векторную диаграмму напряжений в нагрузке, подключенной треугольником, при обрыве фазы?

3.4. Примеры расчета трехфазных цепей

1. Трехфазный симметричный потребитель соединен по схеме трехпроводного соединения «звезда» (рис.25,а) Параметры элементов фазы, соединенных последовательно: $r_{\phi} = 30$ Ом, $L_{\phi} = 254,7$ мГн, $C_{\phi} = 79,6$ мкФ. Действующее значение линейного напряжения $U_{\text{л}} = 173$ В, частота 50 Гц.

Определить фазные и линейные токи, значения активной, реактивной и полной мощностей в симметричном режиме и при обрыве провода одной из фаз. Результаты расчета представить в виде двух векторных диаграмм [4].

Решение. Начнем с определения реактивных сопротивлений катушки индуктивности и конденсатора, включенных последовательно в фазу потребителя.

Индуктивное сопротивление катушки $x_K = \omega L = 2\pi f L_{\phi} 10^{-3}$, Гн.

Емкостное сопротивление конденсатора $x_C = (\omega C)^{-1} = 10^6 / (2\pi f c_{\phi})$, Ф.

С учетом численных значений параметров фазы (рис.25,а)

$$x_K = 80 \text{ Ом}; \quad x_C = 40 \text{ Ом}.$$

Действующее значение фазного напряжения

$$U_{\phi} = U_{\text{л}} / \sqrt{3} = 173 / \sqrt{3} = 100 \text{ В}.$$

Комплексное сопротивление фазы

$$\underline{Z}_\phi = r_\phi + j(x_K - x_C) = 30 + j40, \text{ Ом.}$$

Комплексное напряжение фаз потребителя при условии, что

$$\psi_a - 0^\circ : \underline{U}_a = 100 \text{ В}; \quad \underline{U}_b = 100 (-0,5 + j0,866) \text{ В};$$

$$\underline{U}_c = 100 (-0,5 + j0,866) \text{ В.}$$

Комплексные токи фаз потребителя:

$$\underline{I}_a = \underline{U}_a / \underline{Z}_a = 100 / (30 + j40) = 1,2 - j1,6;$$

$$\underline{I}_b = \underline{U}_b / \underline{Z}_b = 100 (-0,5 - j0,866) / (30 + j40) = -1,986 - j0,24;$$

$$\underline{I}_c = \underline{U}_c / \underline{Z}_c = 100 (-0,5 + j0,866) / (30 + j40) = 0,786 + j1,84.$$

Модули фазных токов

$$I_a = \sqrt{1,2^2 + 1,6^2} = 2 \text{ А}; \quad I_b = \sqrt{1,986^2 + 0,24^2} = 2 \text{ А}; \quad I_c = \sqrt{0,786^2 + 1,84^2} = 2 \text{ А.}$$

Линейные токи трехпроводного соединения «звезда» равны фазным

токам: $\underline{I}_A = \underline{I}_a = 1,2 - j1,6; \quad I_A = 2 \text{ А};$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_b = -1,986 - j0,24; \quad I_B = 2 \text{ А};$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_c = 0,786 + j1,84; \quad I_C = 2 \text{ А.}$$

Комплексные мощности фаз

$$\underline{S}_a = \underline{U}_a \underline{I}_a^* = 100 (1,2 + j1,6), \text{ В}\cdot\text{А};$$

$$\underline{S}_b = \underline{U}_b \underline{I}_b^* = 100 (-0,5 - j0,866) (-1,986 + j0,24), \text{ В}\cdot\text{А};$$

$$\underline{S}_c = \underline{U}_c \underline{I}_c^* = 100 (-0,5 + j0,866) (0,786 - j1,84), \text{ В}\cdot\text{А},$$

после несложных преобразований примут вид

$$\underline{S}_a = 120 + j160; \quad \underline{S}_b = 120 + j160; \quad \underline{S}_c = 120 + j160.$$

Комплексная мощность трехфазного потребителя

$$\underline{S} = \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = 360 + j480, \text{ В}\cdot\text{А.}$$

Полученный результат показывает:

- активная мощность потребителя $P = 360 \text{ Вт}$,
- реактивная мощность имеет индуктивный характер (см. знак мнимой части) и равна Q .

Модуль комплексной мощности $\underline{S}$ определяет полную мощность трехфазного симметричного потребителя $S = 600 \text{ В}\cdot\text{А}$.

Векторная диаграмма токов и напряжений показана на рис.25,б.

Решение методом проводимостей.

Действующее значение фазного напряжения трехфазного симметричного потребителя $U_\phi = U_L / \sqrt{3} = 173 / \sqrt{3} = 100 \text{ В}$.

Полное сопротивление фазы $z_\phi = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ Ом}$.

Полный ток фазы $I_\phi = U_\phi / z_\phi = 100 / 50 = 2 \text{ А}$.

Сдвиг фаз $\varphi_\phi = \arctg(x_\phi / r_\phi) = 40 / 30 = 53^\circ$.

Активная мощность фазы

$$F_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi = 100 \cdot 2 \cdot 0,6 = 120 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность фазы

$$Q_\phi = U_\phi I_\phi \sin \varphi_\phi = 100 \cdot 2 \cdot 0,8 = 160 \text{ вар.}$$

Полная мощность фазы

$$S_{\phi} = U_{\phi} I_{\phi} = 100 \cdot 2 = 200 \text{ В}\cdot\text{А}.$$

Активная, реактивная и полная мощности трехфазного симметричного потребителя: $P = 3 P_{\phi} = 3 \cdot 120 = 360 \text{ Вт};$

$$Q = 3 Q_{\phi} = 3 \cdot 160 = 480 \text{ вар};$$

$$S = 3 S_{\phi} = 3 \cdot 200 = 600 \text{ В}\cdot\text{А}.$$

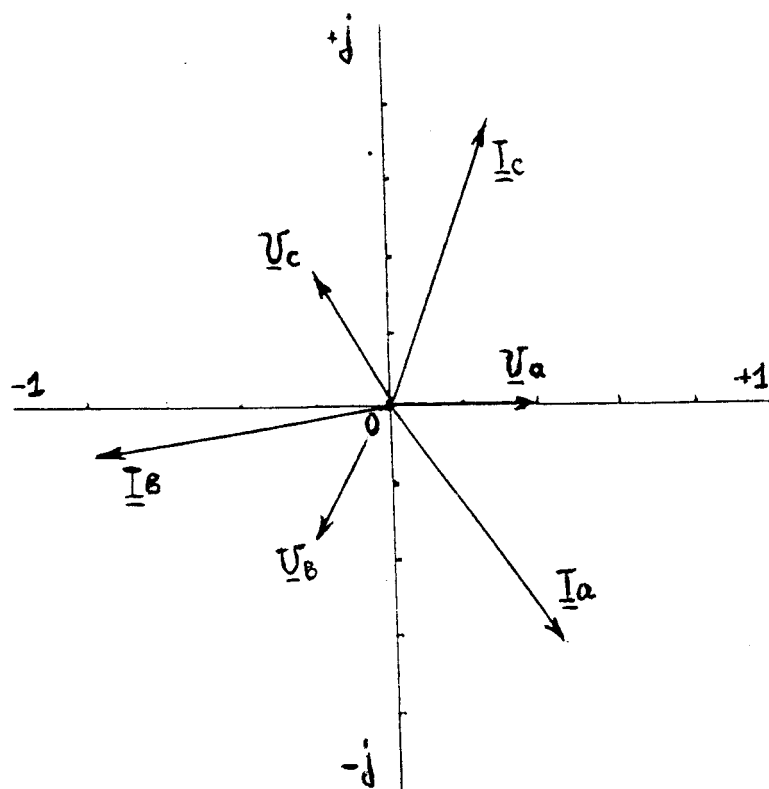
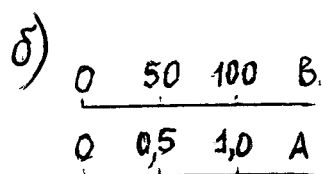
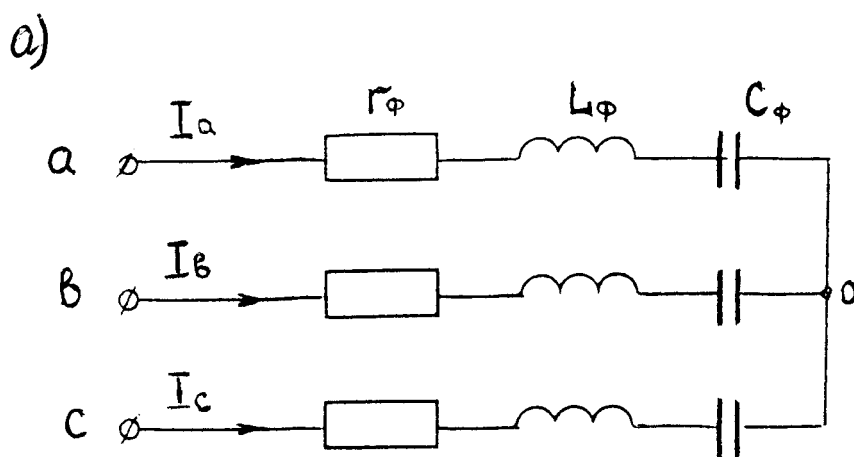


Рис.25

Следует напомнить, что внешняя простота метода обусловлена только симметрией трехфазного потребителя независимо от схемы соединения его фаз.

В других случаях, когда потребитель является несимметричным, целесообразно применять символический метод расчета.

Вернемся к рассматриваемому примеру. Допустим, что в фазе "а" потребителя произошел обрыв фазного провода. С точки зрения электротехники обрыв фазного провода эквивалентен увеличению до бесконечности сопротивления этой фазы. Расчетная схема трехфазного потребителя в случае обрыва фазного провода показана на рис.26,а.

Комплексная проводимость фазы симметричного потребителя

$$\underline{Y}_\phi = 1 / \underline{Z}_\phi = 1 / (30 + j 40) = 0,012 - j 0,016, \text{ См.}$$

Комплексное напряжение смещения нейтрали вычисляется по формуле

$$\underline{U}_O = (\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c) / (\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c),$$

которая в случае обрыва фазного провода "а" примет вид

$$\underline{U}_O = (\underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c) / (\underline{Y}_b + \underline{Y}_c).$$

Так как комплексные проводимости фаз "в" и "с" равны, то формула для расчета комплексного напряжения смещения нейтрали примет вид

$$\underline{U}_O = (\underline{U}_B + \underline{U}_C) / 2.$$

С учетом значений комплексных напряжений фаз источника

$$\underline{U}_B = 100 (-0,5 - j 0,866); \quad \underline{U}_C = 100 (-0,5 + j 0,866),$$

комплексное напряжение смещения нейтрали будет равно – 50 В.

Комплексные токи в фазах $\underline{I}_a = (\underline{U}_a - \underline{U}_O) \underline{Y}_a = 150 \cdot 0 = 0, \text{ А};$

$$\underline{I}_b = ((-50 - j 86,6) - (-50)) (0,012 - j 0,016) = -1,38 - j 1,04, \text{ А};$$

$$\underline{I}_c = ((-50 + j 86,6) - (-50)) (0,012 - j 0,016) = 1,38 + j 1,04, \text{ А}.$$

Модули токов $I_a = 0 \text{ А}; I_b = 1,73 \text{ А}; I_c = 1,73 \text{ А}.$

Обратите внимание на существенное увеличение (в 1,5 раза) модуля фазного напряжения, измеряемого между нулевой точкой схемы и линейным проводом, соединенным с той фазой, где произошел обрыв провода.

Комплексная мощность фаз

$$\underline{S}_a = \underline{U}_a \underline{I}_a^* = 0, \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\underline{S}_b = \underline{U}_b \underline{I}_b^* = (-j 86,6) (-1,38 + j 1,04) = 90,06 + j 119,5, \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\underline{S}_c = \underline{U}_c \underline{I}_c^* = (j 86,6) (1,38 - j 1,04) = 90,06 + j 119,5, \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Комплексная мощность цепи

$$\underline{S} = \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = 180,12 + j 239, \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Полученный результат показывает, что активная мощность цепи

$P = 180,12 \text{ Вт};$ реактивная мощность цепи $Q = 239 \text{ вар}.$

Модуль комплексной мощности

$$S = \sqrt{180,12^2 + 239^2} = 299,27 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Векторная диаграмма, соответствующая этому режиму, приведена на рис.26,б.

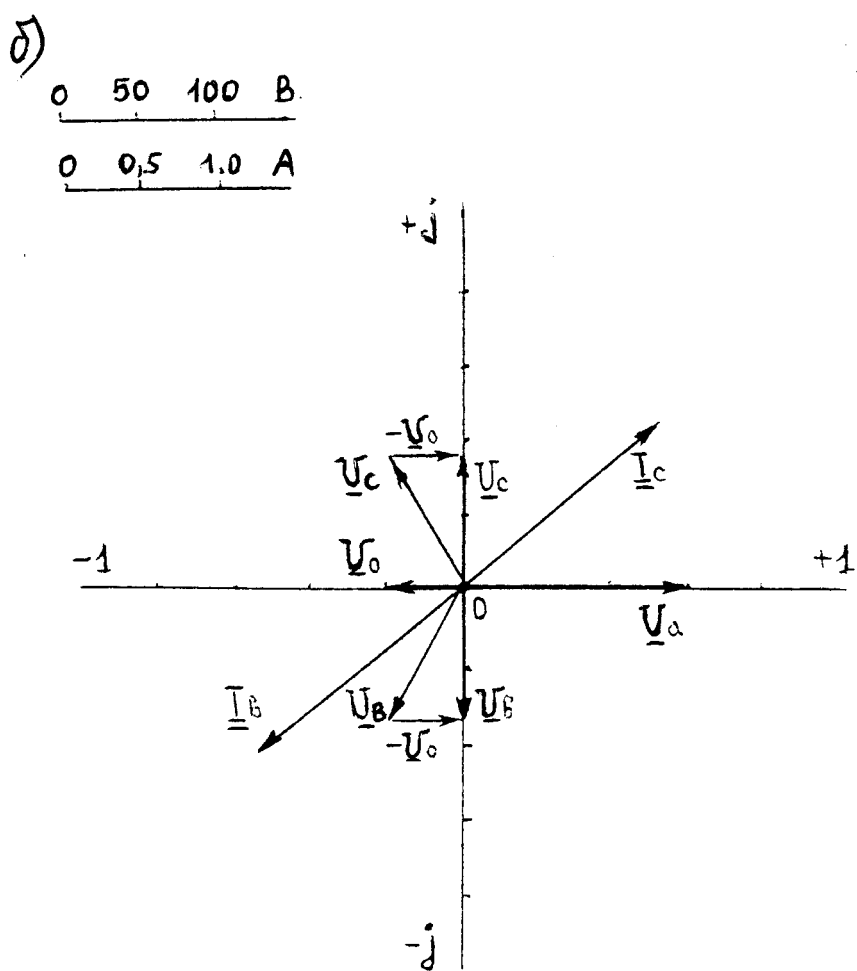
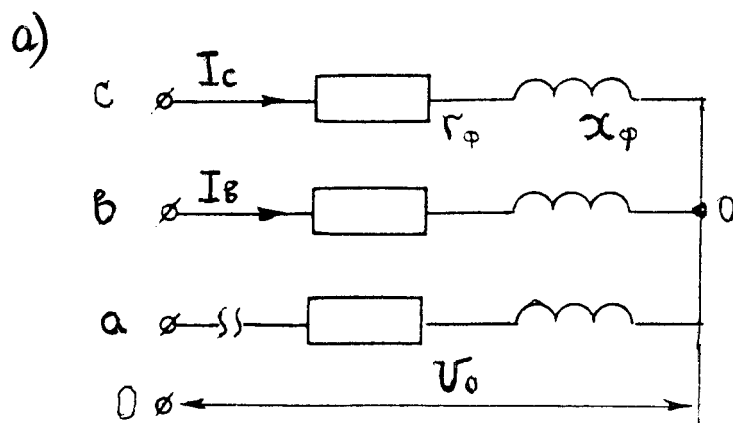


Рис.26

2. Трехфазный потребитель соединен по схеме четырехпроводного соединения «звезда» (рис.27,а). Параметры элементов фазы: $r_a = 100 \text{ Ом}$, $L_\phi =$

318,5 мГн, $C_c = 31,84$ мкФ. Действующее значение линейного напряжения 173 В, частота 50 Гц.

Определить действующее значение тока в нулевом проводе и построить векторную диаграмму цепи.

Решение. Сопротивление реактивных элементов в фазах "в" и "с":

$$x_b = 2\pi f L \cdot 10^{-3} = 314 \cdot 318,5 \cdot 10^{-3} = 100 \text{ Ом};$$

$$x_c = (2\pi f C)^{-1} = 10^6 / (314 \cdot 31,84) = 100 \text{ Ом}.$$

Действующее значение фазного напряжения

$$U_\phi = U_\lambda / \sqrt{3} = 173 / \sqrt{3} = 100 \text{ В}.$$

Комплексное напряжение фаз потребителя при условии $\phi_a = 0$:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A = 100 \text{ В}; \quad \underline{U}_b = \underline{U}_B = 100 (-0,5 - j 0,866), \text{ В};$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_C = 100 (-0,5 + j 0,866), \text{ В}.$$

Комплексное сопротивление фаз: $\underline{z}_a = r_a = 100 \text{ Ом};$

$$\underline{z}_b = j x_b = j 100 \text{ Ом}; \quad \underline{z}_c = j x_c = -j 100 \text{ Ом}.$$

Комплексные токи фаз: $\underline{I}_a = \underline{U}_a / \underline{Z}_a = 100 / 100 = 1 \text{ А};$

$$\underline{I}_b = \underline{U}_b / \underline{Z}_b = 100 (-0,5 - j 0,866) / (j 100) = -0,866 + j 0,5, \text{ А};$$

$$\underline{I}_c = \underline{U}_c / \underline{Z}_c = 100 (-0,5 + j 0,866) / (-j 100) = -0,866 - j 0,5, \text{ А}.$$

Комплексный ток в нулевом проводе определяется суммой комплексных токов фаз: $\underline{I}_o = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c$. Подставив их значения и выполнив преобразования, получим $\underline{I}_o = 0,73 \text{ А}$. Модули токов $\underline{I}_a = 1 \text{ А}$, $\underline{I}_b = 1 \text{ А}$, $\underline{I}_c = 1 \text{ А}$, $\underline{I}_o = 0,73 \text{ А}$.

Векторная диаграмма показана на рис.27,б.

3. Трехфазный симметричный потребитель соединен по схеме "треугольник" (рис.28,а). Параметры элементов фазы, соединенных последовательно друг с другом: $r_\phi = 30 \text{ Ом}$, $L_\phi = 127,3 \text{ мГн}$, $C_\phi = 39,8 \text{ мкФ}$, линейное напряжение 200 В, частота 50 Гц.

Определить фазные и линейные токи, значения активной, реактивной и полной мощностей в симметричном режиме и при обрыве провода одной из фаз. Результаты расчета представить в виде двух векторных диаграмм.

Решение начинаем с определения реактивных сопротивлений катушки индуктивности и конденсатора, включенных в фазе.

$$\text{Индуктивное сопротивление } x_k = 2\pi \cdot 50 \cdot 127,39 \cdot 10^{-3} = 40 \text{ Ом}.$$

$$\text{Емкостное сопротивление } x_c = 10^6 / (2\pi \cdot 50 \cdot 39,8) = 80 \text{ Ом}.$$

Расчетная схема с учетом вычисленных значений реактивных сопротивлений фаз показана на рис.28,б.

$$\text{Действующее значение фазного напряжения } U_\phi = U_\lambda = 200 \text{ В}.$$

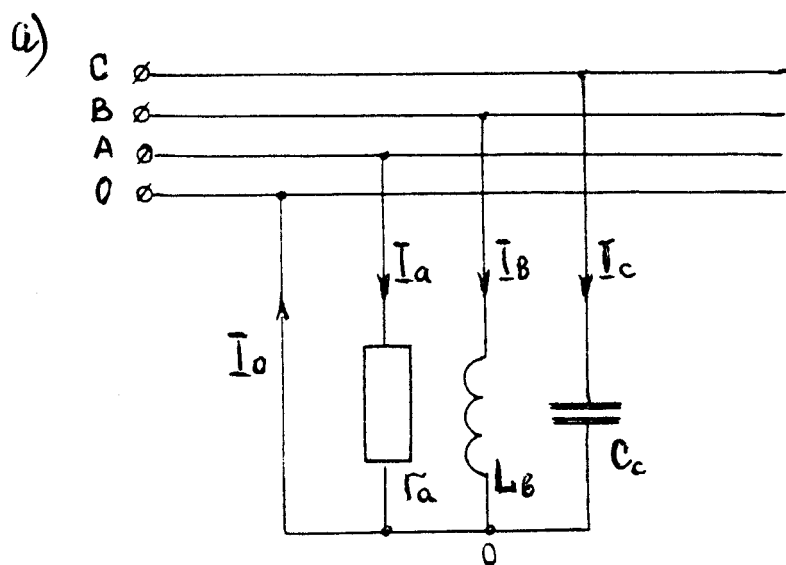
Комплексное напряжение фаз потребителя, при условии $\phi_{av} = 0$:

$$\underline{U}_{av} = 200 \text{ В}; \quad \underline{U}_{bc} = 200 (-0,5 - j 0,866), \text{ В}; \quad \underline{U}_{ca} = 200 (-0,5 + j 0,866), \text{ В}.$$

Комплексное сопротивление фазы $\underline{z}_\phi = 30 + j (40 - 80)$, которое после преобразования примет вид $\underline{z}_\phi = 30 - j 40, \text{ Ом}$.

$$\text{Комплексные токи фаз: } \underline{I}_{av} = 200 / (30 - j 40) = 2,4 + j 3,2, \text{ А};$$

$$\underline{I}_{bc} = 200 (-0,5 - j 0,866) / (30 - j 40) = 1,57 - j 3,68, \text{ А};$$



б)

0	50	100	B.
0	0,25	0,5	A

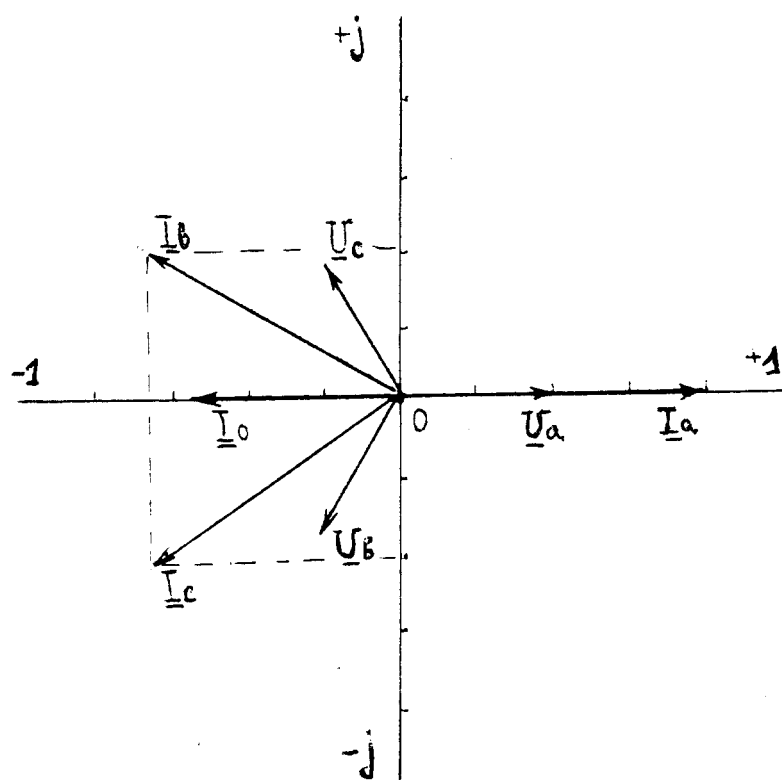


Рис.27

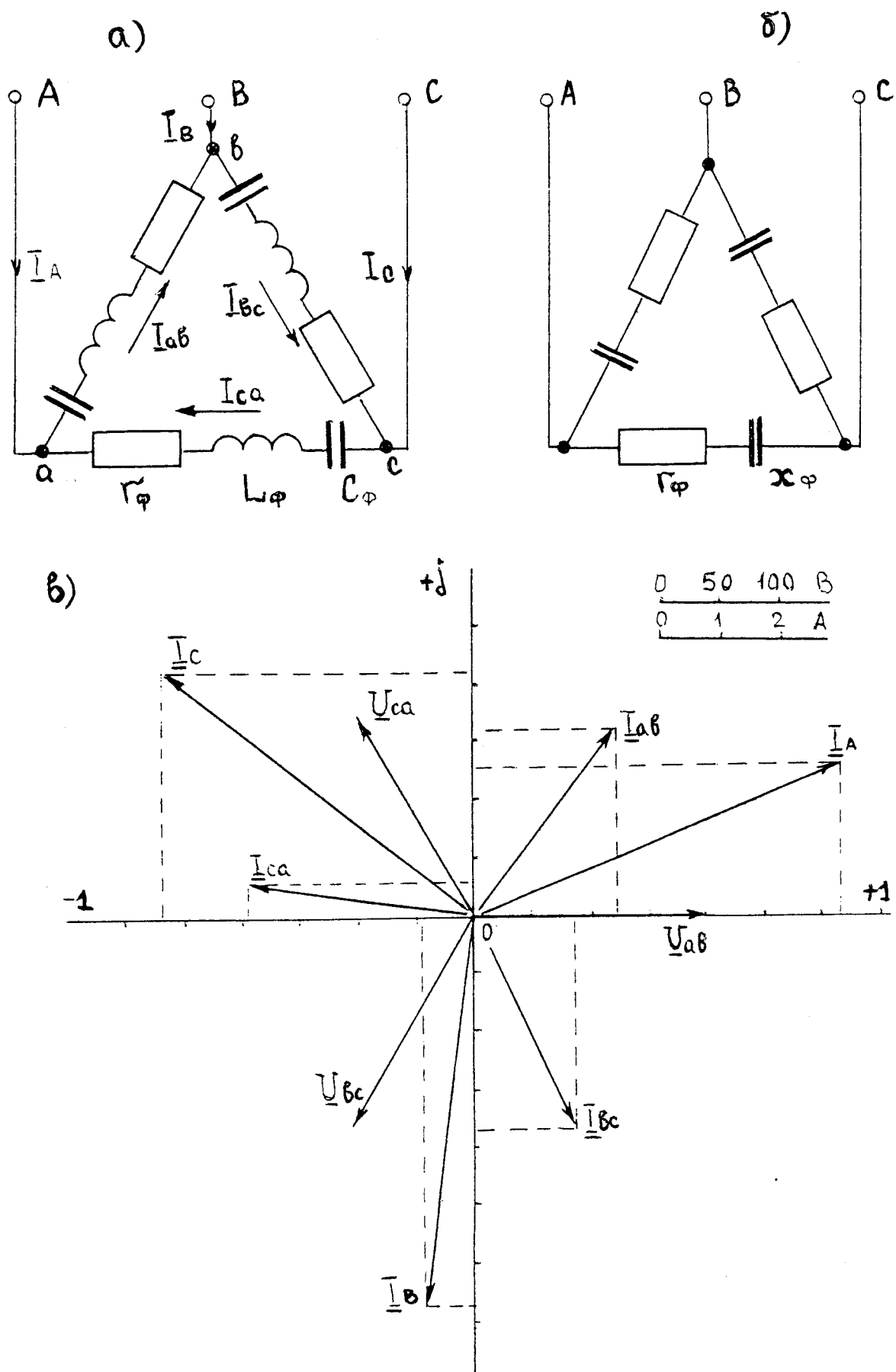


Рис.28

$$\underline{I}_{ca} = 200 (-0,5 + j 0,866) / (30 - j 40) = -3,97 + j 0,48, \text{ A.}$$

$$\text{Модули фазных токов: } I_{av} = \sqrt{2,4^2 + 3,2^2} = 4 \text{ A;}$$

$$I_{vc} = \sqrt{1,57^2 + 3,368^2} = 4 \text{ A; } I_{ca} = \sqrt{3,97^2 + 0,48^2} = 4 \text{ A.}$$

Комплексные значения линейных токов:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{av} - \underline{I}_{ca} = (2,4 + j 3,2) - (-3,97 + j 0,48) = 6,37 + j 2,72 \text{ A;}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{vc} - \underline{I}_{av} = (1,57 - j 3,68) - (2,4 + j 3,2) = -0,83 + j 6,88 \text{ A;}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{vc} = (-3,97 + j 0,48) - (1,57 - j 3,68) = -5,54 + j 4,2 \text{ A;}$$

$$\text{Модули линейных токов: } I_A = \sqrt{6,37^2 + 2,72^2} = 6,92 \text{ A;}$$

$$I_B = \sqrt{0,83^2 + 6,88^2} = 6,92 \text{ A; } I_C = \sqrt{5,54^2 + 4,2^2} = 6,92 \text{ A;}$$

Векторная диаграмма фазных и линейных токов и напряжений приведена на рис.28,в.

Комплексная мощность фаз потребителя:

$$\underline{S}_{av} = \underline{U}_{av} I_{av}^* = 200 (2,4 - j 3,2) = 480 - j 640, \text{ В}\cdot\text{А;}$$

$$\underline{S}_{vc} = \underline{U}_{vc} I_{vc}^* = (-100 - j 173) (1,57 + j 3,68) = 480 - j 640, \text{ В}\cdot\text{А;}$$

$$\underline{S}_{ca} = \underline{U}_{ca} I_{ca}^* = (-100 + j 173) (-3,97 - j 0,48) = 480 - j 640, \text{ В}\cdot\text{А.}$$

Таким образом, активная мощность фазы $P_\phi = 480 \text{ Вт}$; реактивная мощность $Q_\phi = -640 \text{ вар}$ (имеет емкостной характер).

Комплексная мощность трехфазного потребителя равна сумме комплексных мощностей фаз: $\underline{S} = \underline{S}_{av} + \underline{S}_{vc} + \underline{S}_{ca}$. Подставив их значения и выполнив преобразования, получим $\underline{S} = 1440 - j 1920, \text{ В}\cdot\text{А}$.

Полученный результат показывает:

- активная мощность трехфазного потребителя $P = 1440 \text{ Вт}$,
- реактивная мощность трехфазного потребителя $Q = -1920 \text{ вар}$ и имеет емкостной характер о чем свидетельствует знак минус.

Полная мощность трехфазного симметричного потребителя

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{1440^2 + 1920^2} = 2400 \text{ В}\cdot\text{А.}$$

Допустим, что в фазе "ав" трехфазного потребителя произошел обрыв провода. Расчетная схема, соответствующая этому варианту, приведена на рис.29,а.

Комплексные токи фаз "vc" и "ca" останутся такими же, что и в симметричном режиме. Причина этого заключается в постоянстве напряжения и сопротивлений фаз. Значения токов определены выше: $\underline{I}_{vc} = 1,57 - j 3,68 \text{ A}$, $\underline{I}_{ca} = -3,97 + j 0,48 \text{ A}$. Модули токов $I_{vc} = 4 \text{ A}$, $I_{ca} = 4 \text{ A}$.

Комплексные значения линейных токов определяются по уравнениям первого закона Кирхгофа, составленного для узлов "a", "в" и "с" схемы (рис.15,а):

$$\underline{I}_A = -\underline{I}_{ca} = 3,97 - j 0,48 \text{ A; } \underline{I}_B = -\underline{I}_{vc} = 1,57 - j 3,68 \text{ A;}$$

$$\underline{I}_C = -\underline{I}_{ca} - \underline{I}_{vc} = -5,54 + j 4,16 \text{ A.}$$

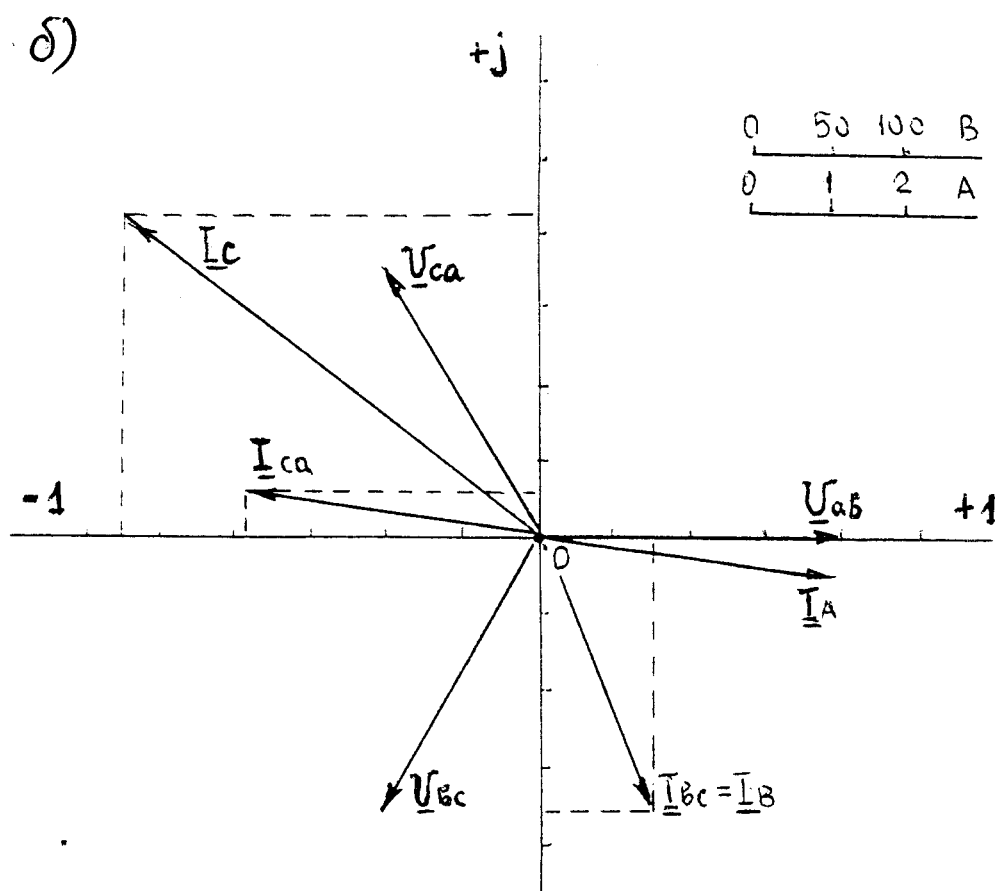
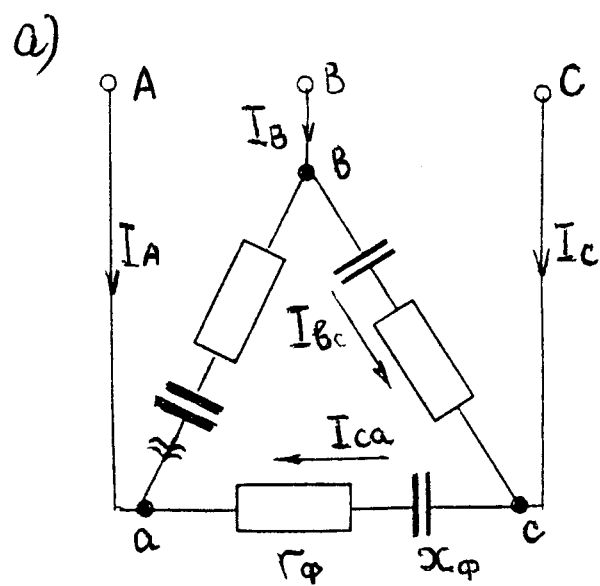


Рис.29

Векторная диаграмма, соответствующая режиму обрыва провода фазы "ав", показана на рис.29,б.

Комплексные мощности фаз: $\underline{S}_{av} = 0$, В·А ;

$$\underline{S}_{bc} = \underline{U}_{bc} I_{bc}^* = (-100 - j 173) (1,57 + j 3,68) = 480 - j 640, \text{ В·А};$$

$$\underline{S}_{ca} = \underline{U}_{ca} I_{ca}^* = (-100 + j 173) (-3,97 - j 0,48) = 480 - j 640, \text{ В·А}.$$

Комплексная мощность трехфазного потребителя

$$\underline{S} = \underline{S}_{av} + \underline{S}_{bc} + \underline{S}_{ca} = 960 - j1280, \text{ В·А}.$$

В результате расчета получаем:

- активная мощность потребителя $P = 960$ Вт;
- реактивная мощность потребителя $Q = -1280$ вар;
- полная мощность потребителя $S = 1568,2$ В·А.

4. Симметричные составляющие трехфазных систем

4.1. Обобщенные понятия о симметричных трехфазных системах

Симметричная трехфазная система синусоидальных величин - это совокупность трех величин с одинаковыми максимальными значениями и сдвинутыми по фазе на равные углы - $n \cdot 120^\circ$. При $n = 1$ можно говорить о системе с прямой последовательностью фаз (прямой системой), так как очередность следования отдельных величин во времени в ней соответствует алфавитному порядку обозначений этих величин. При буквенном обозначении величин прямой системы применяют дополнительный цифровой индекс 1. При $n = 2$ можно говорить о системе с обратной последовательностью фаз (обратной системой). Ее величины снабжают индексом 2. При $n = 0$ отдельные величины совпадают друг с другом по фазе. Такую систему называют системой с нулевой последовательностью фаз (нулевой системой). Ее величины снабжают индексом 0 (рис.30).

Если к нулевой системе, как правило, обращаются только при теоретических исследованиях трехфазных цепей, то с обратной системой мы нередко сталкиваемся на практике или при аварийных режимах трехфазных цепей, например при ошибочной маркировке фаз в реальных трехфазных сетях, в которых нормально должна существовать прямая система напряжений. В частности, обратная система напряжений или ЭДС может легко быть получена в трехфазной сети или генераторе путем взаимной перестановки буквенных обозначений любой пары фаз.

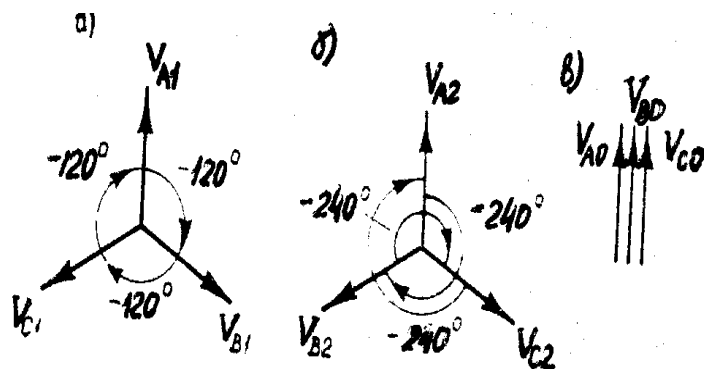


Рис.30

Различные приемники по-разному реагируют на изменение порядка следования фаз питающего напряжения, и если режим работы одних приемников, например, трехфазных электрических нагревателей, соединенных звездой с нейтральным проводом, протекает совершенно одинаково при питании любой из трех упомянутых систем, то другие приемники меняют свой режим работы при изменении порядка следования фаз. В частности, трехфазные электродвигатели вовсе не будут работать от нулевой системы напряжений (в двигателе не образуется вращающегося магнитного поля) и изменяют направление вращения при переходе от прямой системы к обратной (изменяется направление вращения магнитного поля).

Следует дополнительно отметить, что совокупность векторов прямой или обратной системы образует рисунок с центральной симметрией, в то время как по отношению к совокупности векторов нулевой системы можно говорить лишь о плоскостной симметрии (все три вектора расположены параллельно друг другу). Вследствие этого нулевая система не удовлетворяет привычному для симметричных трехфазных систем условию равенства нулю суммы составляющих ее величин:

$$\sum u_k = 0; \quad \sum \bar{U}_k = 0; \quad \sum U_k = 0,$$

справедливому как для прямой, так и для обратной систем.

4.2. Разложение несимметричной системы на симметричные составляющие

В основе метода симметричных составляющих лежит возможность разложения любой несимметричной системы синусоидальных величин на три симметричные системы - прямую, обратную и нулевую. Покажем эту возможность на примере произвольной системы трех синусоидальных величин u_A, u_B, u_C , изображающейся системой векторов $\bar{U}_A, \bar{U}_B, \bar{U}_C$ (рис.31).

Представим себе каждый из названных векторов состоящим из трех слагаемых:

$$\bar{U}_A = \bar{U}_{A0} + \bar{U}_{A1} + \bar{U}_{A2}; \quad \bar{U}_B = \bar{U}_{B0} + \bar{U}_{B1} + \bar{U}_{B2}; \quad \bar{U}_C = \bar{U}_{C0} + \bar{U}_{C1} + \bar{U}_{C2}.$$

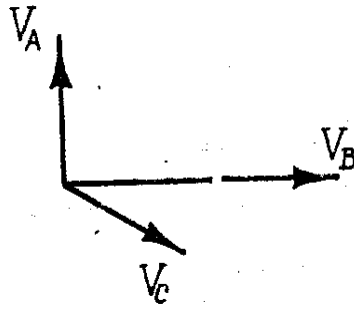


Рис.31

Естественно, что предлагаемое разложение можно выполнить бесчисленным множеством вариантов. Однако наложим на это разложение несколько дополнительных условий, а именно, чтобы система векторов $\bar{U}_{A0}$, $\bar{U}_{B0}$, $\bar{U}_{C0}$ представляла собой нулевую симметричную систему, векторы $\bar{U}_{A1}$, $\bar{U}_{B1}$, $\bar{U}_{C1}$ образовали бы собой прямую симметричную систему, а векторы $\bar{U}_{A2}$, $\bar{U}_{B2}$, $\bar{U}_{C2}$ в совокупности составили обратную симметричную систему.

Переходя от оперирования векторами к их записи комплексными числами, предыдущую систему можно представить в виде

$$\dot{U}_A = \dot{U}_{A0} + \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2}; \quad \dot{U}_B = \dot{U}_{B0} + \dot{U}_{B1} + \dot{U}_{B2}; \quad \dot{U}_C = \dot{U}_{C0} + \dot{U}_{C1} + \dot{U}_{C2}.$$

Добавим к ней два равенства: $\dot{U}_{B0} = \dot{U}_{A0}$ и $\dot{U}_{C0} = \dot{U}_{A0}$, выражающих мысль о том, что система векторов $\bar{U}_{A0}$, $\bar{U}_{B0}$, $\bar{U}_{C0}$ представляет собой нулевую систему (все три вектора и, следовательно, все три изображающих их комплексных числа должны быть равны друг другу).

Обращаясь к оператору трехфазной системы b , условие принадлежности трех векторов $\bar{U}_{A1}$, $\bar{U}_{B1}$, $\bar{U}_{C1}$ к прямой симметричной системе можно записать в виде

$$\dot{U}_{B1} = \dot{U}_{A1} b; \quad \dot{U}_{C1} = \dot{U}_{A1} b^2.$$

Вектор $\bar{U}_{B1}$ получается из вектора $\bar{U}_{A1}$ путем поворота последнего на 120° в отрицательную сторону, а вектор $\bar{U}_{C1}$ - в результате поворота вектора $\bar{U}_{A1}$ на тот же угол в противоположную сторону.

Условие того, чтобы три вектора $\bar{U}_{A2}$, $\bar{U}_{B2}$, $\bar{U}_{C2}$ составили обратную симметричную систему, выльется еще в два равенства:

$$\dot{U}_{B2} = \dot{U}_{A2} b^2, \quad \dot{U}_{C2} = \dot{U}_{A2} b.$$

Таким образом, девять введенных векторов, в конечном счете, связаны девятью уравнениями. Это означает, что предпринятое разложение заданной

несимметричной системы векторов $\bar{U}_A$, $\bar{U}_B$, $\bar{U}_C$ возможно, и при том единственным образом, т.е. каждая несимметричная система векторов может быть представлена только одной комбинацией трех симметричных систем.

4.3. Формулы разложения

Несимметричной системы на симметричные составляющие получим, решив приведенную выше систему из девяти уравнений относительно комплексов введенных векторов. Для этого, прежде всего, подставим шесть величин, определяемых последними равенствами, в три первых уравнения:

$$\dot{U}_A = \dot{U}_{A0} + \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2}; \quad \dot{U}_B = \dot{U}_{A0} + \dot{U}_{A1} b + \dot{U}_{A2} b^2; \quad \dot{U}_C = \dot{U}_{A0} + \dot{U}_{A1} b^2 + \dot{U}_{A2} b.$$

**Сложив три уравнения полученной системы,
получим**

$$\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 3 \dot{U}_{A0} + \dot{U}_{A1}(1 + b + b^2) + \dot{U}_{A2}(1 + b + b^2),$$

откуда, вспоминая, что $(1 + b + b^2) = 0$, имеем

$$\dot{U}_{A0} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C).$$

(22)

Умножив второе уравнение приведенной выше системы на b^2 , а третье на b , получим новую систему

$$\begin{aligned} \dot{U}_A &= \dot{U}_{A0} + \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2}; & \dot{U}_B b^2 &= \dot{U}_{A0} b^2 + \dot{U}_{A1} b^3 + \dot{U}_{A2} b^4; \\ \dot{U}_C b &= \dot{U}_{A0} b + \dot{U}_{A1} b^3 + \dot{U}_{A2} b^2, \end{aligned}$$

сложение уравнений которой приводит к равенству

$$\dot{U}_A + \dot{U}_B b^2 + \dot{U}_C b = \dot{U}_{A0}(1 + b^2 + b) + \dot{U}_{A1}(1 + b^3 + b^3) + \dot{U}_{A2}(1 + b^4 + b^2).$$

Принимая во внимание, что $b^4 = b$, а $b^3 = 1$, а также ранее упомянутое условие $1 + b + b^2 = 0$, из этого равенства нетрудно получить [2,4]:

$$\dot{U}_{A1} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \dot{U}_B b^2 + \dot{U}_C b). \quad (23)$$

Применяя аналогичный прием, но умножая второе равенство исходной системы на b , а третье на b^2 , можно получить выражение и для обратной симметричной составляющей в фазе A

$$\dot{U}_{A2} = \frac{1}{3} (\dot{U}_A + \dot{U}_B b + \dot{U}_C b^2). \quad (24)$$

Рассчитав по формулам (22)-(24) симметричные составляющие несимметричной системы для фазы A , называемые главными несимметричными составляющими, нетрудно, пользуясь последними шестью выражениями предыдущего пункта, определить симметричные составляющие $\dot{U}_{B0}, \dot{U}_{B1}, \dot{U}_{B2}$ и $\dot{U}_{C0}, \dot{U}_{C1}, \dot{U}_{C2}$ для двух остальных фаз.

4.4. Графический прием разложения

На основании формул (22)-(24) можно осуществить чисто графическое разложение несимметричной системы векторов на симметричные составляющие. Для иллюстрации этого приема воспользуемся системой векторов $\bar{U}_A, \bar{U}_B, \bar{U}_C$ (рис.31). Как следует из п.4.1 для получения нулевой составляющей в фазе A необходимо сложить три вектора исходной системы и взять одну треть полученного результата (рис.31). Для нахождения прямой составляющей в фазе A из формулы (23) к вектору $\bar{U}_A$ исходной системы необходимо прибавить предварительно повернутый на 120° в положительную сторону вектор $\bar{U}_B$ и повернутый на 120° , но в отрицательном направлении вектор $\bar{U}_C$. Одна треть этой геометрической суммы и будет представлять собой вектор $\dot{U}_{A1}$. Векторы $\bar{U}_{B1}$ и $\bar{U}_{C1}$ нетрудно достроить, помятуя, что они вместе с вектором $\dot{U}_{A1}$ должны составить прямую симметричную систему (рис. 32,а).

Построения обратной симметричной составляющей выполняем, используя формулу (24). Для этого вектор $\bar{U}_A$ разлагаемой системы складываем с предварительно повернутым на 120° в отрицательном направлении вектором $\bar{U}_B$ и повернутым на тот же угол, но в положительную сторону вектором $\bar{U}_C$ (рис.32,б). Искомый вектор $\dot{U}_{A2}$ будет равен одной трети этой геометрической суммы. При построении всей совокупности векторов $\bar{U}_{A2}, \bar{U}_{B2}, \bar{U}_{C2}$ необходимо помнить, что они должны составить обратную симметричную систему, в которой вектор $\bar{U}_{B2}$ должен не отставать, а опережать вектор $\bar{U}_{A2}$ (рис.32,в).

Справедливость выполненного разложения несимметричной системы на симметричные составляющие можно проверить путем пофазного суммирования последних согласно выражениям:

$$\bar{U}_A = \bar{U}_{A0} + \bar{U}_{A1} + \bar{U}_{A2}; \quad \bar{U}_B = \bar{U}_{B0} + \bar{U}_{B1} + \bar{U}_{B2}; \quad \bar{U}_C = \bar{U}_{C0} + \bar{U}_{C1} + \bar{U}_{C2}.$$

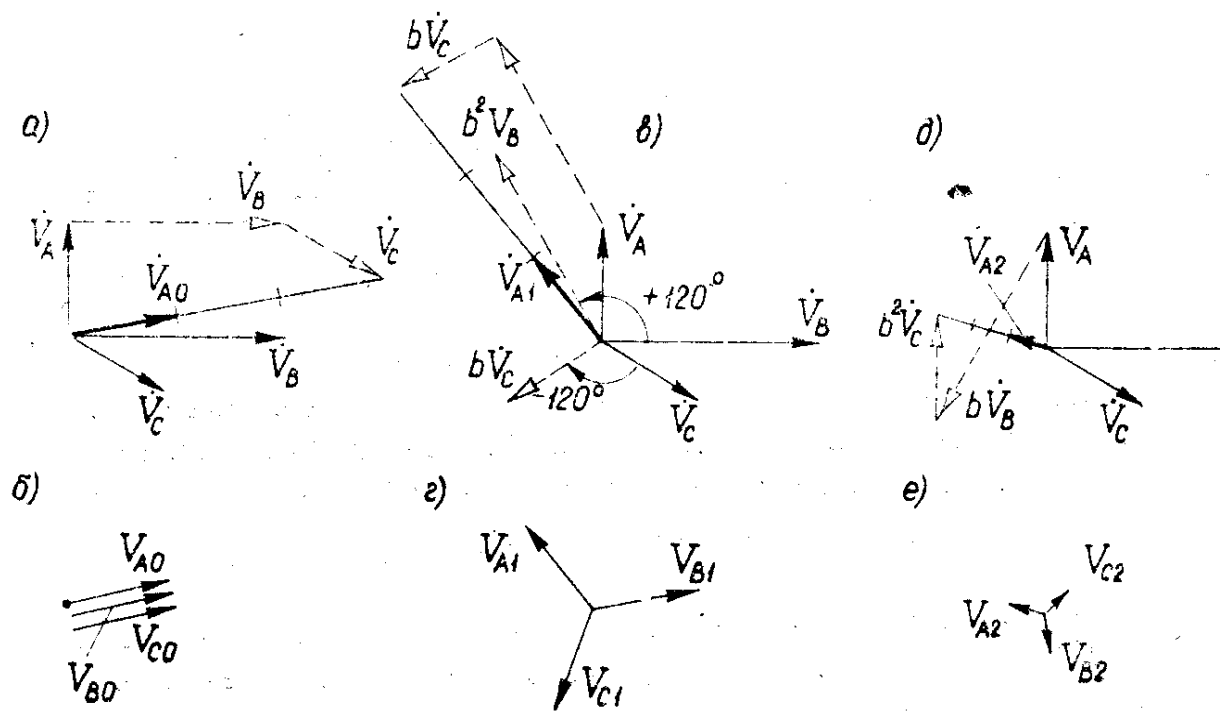


Рис.32

Такое суммирование для только что рассмотренного примера графического разложения выполнено на рис.33 по каждой фазе в отдельности. Нетрудно убедиться, что в результате мы приходим к исходной системе векторов, что и подтверждает правильность разложения.

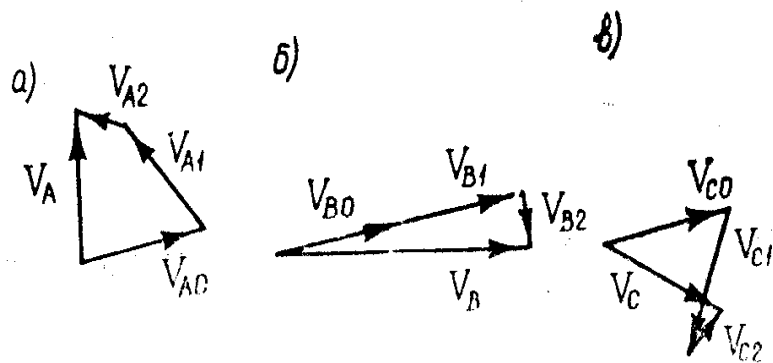


Рис.33

Согласно выражению (22), которое в векторной форме можно переписать в виде

$$\bar{U}_{A0} = \frac{1}{3}(\bar{U}_A + \bar{U}_B + \bar{U}_C) ,$$

нулевая симметричная составляющая системы определяется геометрической суммой разлагаемой системы векторов $\bar{U}_A$, $\bar{U}_B$, $\bar{U}_C$. Отсюда вытекает, что

любая несимметричная система линейных напряжений в разложении никогда не даст нулевой составляющей, так как при любой степени искажения этой системы ее векторы всегда образуют замкнутый треугольник и, следовательно, их геометрическая сумма будет равна нулю. Всегда отсутствует нулевая составляющая и в разложении линейных токов приемника без нейтрального провода, поскольку в этом случае, согласно первому закону Кирхгофа, геометрическая сумма этих токов также равна нулю.

4.5. Коэффициент несимметрии

Степень несимметрии трехфазной системы величин принято оценивать коэффициентом несимметрии, под которым понимают отношение обратной симметричной составляющей данной несимметричной системы к ее прямой составляющей (например, действующих значений):

$$\varepsilon = \frac{U_2}{U_1}.$$

(25)

Следует подчеркнуть, что коэффициентом несимметрии, обычно выражаемом на практике в процентах, пользуются только в том случае, когда в разложении несимметричной системы отсутствует нулевая составляющая. В частности, к нему прибегают при оценке степени несимметрии системы линейных напряжений и системы линейных токов в трехпроводных цепях.

Для строго симметричной системы с прямым порядком следования фаз коэффициент несимметрии равен нулю. Однако в действительности строго симметричных систем достичь не удастся, и поэтому в инженерной практике существует понятие о практически симметричных системах. Согласно стандарту, система линейных напряжений считается практически симметричной, если коэффициент несимметрии не превышает 1% ($\varepsilon \leq 0,01$). Требования к симметрии системы линейных токов менее жестки, и последняя считается практически симметричной при $\varepsilon \leq 0,05$.

5. Метод симметричных составляющих

5.1. Границы применимости метода симметричных составляющих

Если трехфазная цепь питается от источника с несимметричной системой ЭДС или напряжений, то эту систему можно разложить на три симметричные составляющие и, обращаясь к методу наложения, расчленив задачу о расчете цепи при несимметричном питании на три задачи, в каждой из которых система питающих ЭДС или напряжений будет симметрична. Если при этом сама цепь также симметрична, то этим путем мы, несомненно, получим упрощение решения всей задачи в целом, так как расчет симметричных режимов трехфазных цепей значительно проще расчета несимметричных режимов. Прибегая к некоторым искусственным приемам,

этот метод удастся распространить и на ряд практически важных задач расчета несимметричных трехфазных цепей. Но неоспоримое преимущество метода симметричных составляющих проявляется в расчете цепей с вращающимися машинами, анализ несимметричных режимов которых без применения этого метода оказывается особенно сложным.

Подчеркнем, что упомянутая выше возможность использования принципа наложения для решения задачи о расчете несимметричного режима цепи на три задачи расчета симметричных режимов справедлива только в симметричных трехфазных цепях, т.е. цепях с одинаковыми параметрами всех трех фаз. Это важное положение вытекает из того, что отдельные симметричные составляющие действуют независимо друг от друга только в симметричных трехфазных цепях. Действительно, если в трехфазной цепи будет действовать только одна система ЭДС, например, с прямой последовательностью фаз, то она в симметричной цепи определит тоже симметричную систему токов и тоже прямой последовательности. Иными словами, в этих условиях в цепи не может возникнуть другая последовательность ни токов, ни напряжений, кроме последовательности, к которой относится питающая система ЭДС. Если же цепь будет несимметрична, то та же прямая система ЭДС создаст в цепи уже несимметричную систему токов, которая в разложении может содержать все три симметричные системы токов. Обобщая этот вывод, нетрудно прийти к заключению, что в несимметричной цепи каждой симметричной составляющей одной величины будут создаваться все симметричные составляющие других величин. В результате между отдельными симметричными составляющими образуется тесная взаимосвязь, исключающая возможность непосредственного применения метода наложения.

5.2. Сопротивления цепи симметричным составляющим

Разложив несимметричную систему фазных питающих напряжений на симметричные составляющие $\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$, $\dot{U}_0$, фазные токи соответствующих составляющих в симметричной трехфазной цепи, согласно принципу наложения, можно рассчитать по формулам (на одну фазу):

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_1}; \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_2}; \quad \dot{I}_0 = \frac{\dot{U}_0}{Z_0},$$

где Z_1 , Z_2 , Z_0 - комплексные сопротивления этой цепи (на фазу) токам различных последовательностей, соответственно называемые сопротивлениями прямой, обратной и нулевой последовательности.

Обращаем внимание на то, что, хотя все симметричные напряжения приложены к одному тому же участку цепи, сопротивления одной и той же цепи токам различных последовательностей в общем случае оказываются разными. Лишь в единственном примере статического приемника,

соединенного звездой с нейтральным проводом, и то при условии, если можно пренебречь сопротивлением последнего (рис.34), все упомянутые выше сопротивления одинаковы и равны сопротивлению Z фазы приемника:

$$Z_1 = Z_2 = Z_0 = Z .$$

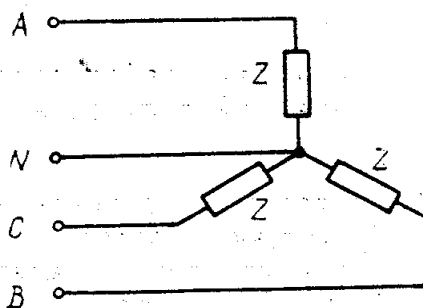


Рис.34

5.3. Сопротивление нулевой последовательности

В большинстве случаев отличается от сопротивления этой же цепи токами прямой последовательности, так как токи нулевой системы, как правило, замыкаются по другим путям, чем токи прямой системы. Рассмотрим это на примере рис.35.

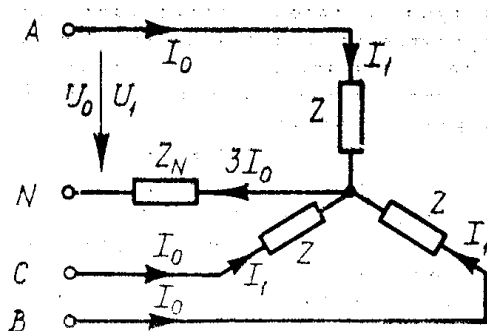


Рис.35

Токи прямой системы как обычной трехфазной системы с центральной симметрией в сумме дают нуль и, следовательно, не протекают по нейтральному проводу. Отсюда сопротивление Z_1 цепи этим токам приходящееся на фазу, будет равно в рассмотренном случае только сопротивлению фазы Z приемника ($Z_1 = Z$).

Токи $\dot{I}_0$ нулевой системы, совпадающие друг с другом по фазе, будут в нейтральной точке приемника складываться арифметически, в результате чего ток в нейтральном проводе окажется равным тройному току $\dot{I}_0$ в линейном проводе. Записывая по контуру фазы A второй закон Кирхгофа для нулевой составляющей токов и напряжений, имеем

$$\dot{I}_0 Z + 3\dot{I}_0 Z_N - \dot{U}_0 = 0,$$

отсюда

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{U}_0}{Z + 3Z_N},$$

т.е. комплексное сопротивление нулевой последовательности рассматриваемой цепи равно

$$Z_0 = Z + 3Z_N$$

и отличается от сопротивления прямой последовательности $Z_1 = Z$.

С помощью последнего выражения нетрудно убедиться, в частности, что при сопротивлении нейтрального провода, равном нулю ($Z_N = 0$), сопротивление нулевой последовательности равно сопротивлению фазы приемника, т.е. сопротивлению прямой последовательности этой цепи. При отсутствии нейтрального, что соответствует условию $Z_N \rightarrow \infty$, сопротивление нулевой последовательности обращается в бесконечность.

5.4. Сопротивления прямой и обратной последовательностей

Нетрудно прийти к заключению, что сопротивления Z_1 и Z_2 прямой и обратной последовательностей рассмотренных выше цепей (рис.34 и 35) равны друг другу. Действительно, прямая и обратная системы являются системами с центральной симметрией и отличаются друг от друга лишь очередностью следования фаз. Сдвиг же между отдельными фазами в этих системах, по существу, одинаков - 120° . Это приводит к одинаковому распределению токов этих систем в цепи, что, в свою очередь, определяет и равенство сопротивлений цепи токам прямой и обратной последовательностей. Последнее заключение справедливо не только по отношению к простейшим цепям, но и распространяется на все трехфазные цепи, в которых отсутствуют вращающиеся машины.

Различие в сопротивлениях Z_1 прямой и Z_2 обратной последовательностей наблюдается только в тех цепях, где присутствуют вращающиеся машины переменного тока. Для того чтобы понять причину такого различия, обратим внимание, что прямая и обратная системы образуют в машине поля, вращающиеся в разные стороны. Ротор же машины, вращается в одну сторону, именно в сторону более сильного поля, которое, как правило,

является полем прямой системы. Таким образом, угловая скорость полей прямой и обратной систем относительно ротора оказываются различными. А так как сопротивления машины отражают собой процессы электромагнитного взаимодействия вращающегося магнитного поля и ротора, то различные скорости двух полей относительно последнего повлекут за собой и различие сопротивлений прямой и обратной последовательностей.

5.5. Влияние взаимной индукции на сопротивление нулевой последовательности

Сопротивление нулевой последовательности будет отличаться от сопротивления прямой последовательности даже при наличии идеального нейтрального провода (при $Z_N = 0$), если между отдельными фазами приемника существует индуктивная связь.

Действительно, обращаясь к симметричному приемнику, составленному из идеальных индуктивно связанных катушек (рис.36) и повторяя для напряжения

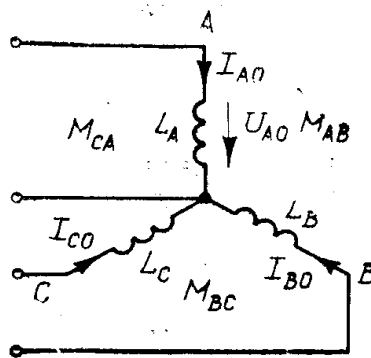


Рис.36

нулевой системы на фазе А сделанный в п.3.3 учет взаимной индукции, получим

$$\dot{U}_{AO} = \dot{U}_{LAO} + \dot{U}_{MAVO} + \dot{U}_{MCAO} = j\omega L_A \dot{I}_{AO} + j\omega M_{AB} \dot{I}_{BO} + j\omega M_{CA} \dot{I}_{CO}$$

или

$$\dot{U}_{AO} = j\omega(L + 2M)\dot{I}_{AO},$$

так как по условию симметрии взаимные индуктивности между отдельными фазами одинаковы ($M_{AB} = M_{CA} = M$) и токи нулевой последовательности во всех фазах равны друг другу ($\dot{I}_{AO} = \dot{I}_{BO} = \dot{I}_{CO}$).

Таким образом, эквивалентное комплексное сопротивление нулевой последовательности в такой цепи равно

$$Z_0 = j\omega(L + 2M),$$

в то время как для комплексного сопротивления прямой последовательности этой цепи в п.5.2 было найдено

$$Z_1 = j\omega(L - M).$$

5.6. Примеры разложения токов при аварийных режимах

5.6.1. Симметричные составляющие токов в звезде с нейтральным проводом при обрыве одной фазы. В силу независимости работы фаз приемника, соединенного звездой с нейтральным проводом, обрыв одной фазы приводит к исчезновению тока только в этой фазе без нарушения режима работы двух других фаз. Поэтому система токов в рассматриваемой аварийной ситуации при обрыве, например, фазы *A* представится векторной диаграммой, приведенной на рис.37,а.

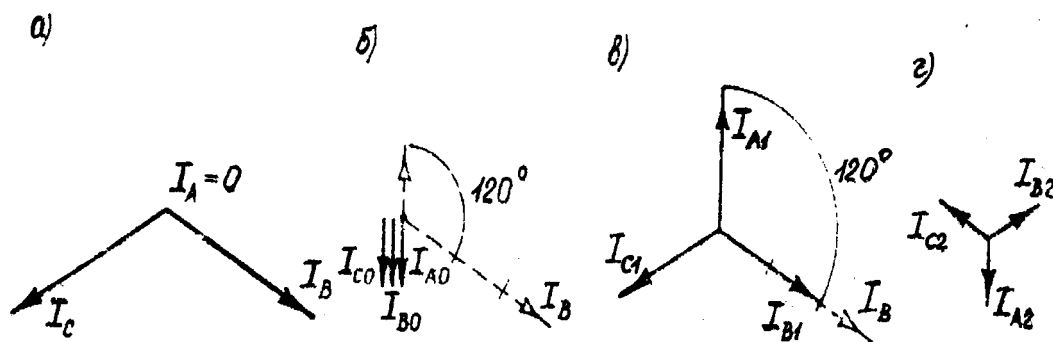


Рис.37

Пользуясь оператором трехфазной системы, выразим ток в фазе *C* через ток фазы *B*:

$$\dot{I}_C = \dot{I}_B b.$$

Тогда, согласно п.4.3 для нулевой симметричной составляющей токов имеем

$$\dot{I}_{A0} = \frac{1}{3}(\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C) = \frac{1}{3}(\dot{I}_B + \dot{I}_B b) = \frac{1}{3}\dot{I}_B(1 + b)$$

или, с учетом $1 + b + b^2 = 0$, получим

$$\dot{I}_{A0} = \dot{I}_{B0} = \dot{I}_{C0} = -\frac{1}{3}\dot{I}_B b^2.$$

Из полученного выражения следует, что для построения векторов нулевой составляющей (рис.37,б) необходимо взять одну треть исходного вектора $\bar{I}_B$ (коэффициент $\frac{1}{3}$), повернуть ее на 120° (множитель b^2) в положительную сторону и полученный результат перевернуть на 180° (знак минус).

Главную прямую составляющую рассчитаем по формуле

$$\dot{I}_{A1} = \frac{1}{3}(\dot{I}_A + \dot{I}_B b^2 + \dot{I}_C b) = \frac{1}{3}(\dot{I}_B b^2 + \dot{I}_B b^2) = \frac{2}{3} \dot{I}_B b^2.$$

На этот раз, согласно полученному результату, для построения вектора $\bar{I}_{A1}$ необходимо повернуть на 120° в положительную сторону две трети исходного вектора $\bar{I}_B$ (рис.37,в), не выполняя последующего поворота на 180° . Векторы $\bar{I}_{B1}$ и $\bar{I}_{C1}$ достраиваем из соображений их принадлежности к прямой симметричной системе или вычисляем по этим же соображениям, пользуясь оператором трехфазной системы, соответствующие комплексные токи

$$\dot{I}_{B1} = \dot{I}_{A1} b = \frac{2}{3} \dot{I}_B b^3 = \frac{2}{3} \dot{I}_B; \quad \dot{I}_{C1} = \dot{I}_{A1} b^2 = \frac{2}{3} \dot{I}_B b^4 = \frac{2}{3} \dot{I}_B b^2,$$

т.е. главный вектор обратной составляющей совпадает с вектором нулевой составляющей (рис.37,г). При достраивании векторов $\bar{I}_{B2}$ и $\bar{I}_{C2}$ следует учесть, что они в совокупности с вектором $\bar{I}_{A2}$ должны составить обратную симметричную систему. Для комплексных значений этих токов имеем

$$\dot{I}_{B2} = \dot{I}_{A2} b^2 = -\frac{1}{3} \dot{I}_B b^4 = -\frac{1}{3} \dot{I}_B b; \quad \dot{I}_{C2} = \dot{I}_{A2} b = -\frac{1}{3} \dot{I}_B b^3 = -\frac{1}{3} \dot{I}_B.$$

Пофазное суммирование симметричных составляющих позволяет проверить справедливость разложения

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A0} + \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = -\frac{1}{3} \dot{I}_B b^2 + \frac{2}{3} \dot{I}_B b^2 - \frac{1}{3} \dot{I}_B b^2 = 0;$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{B0} + \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{B2} = -\frac{1}{3} \dot{I}_B b^2 + \frac{2}{3} \dot{I}_B - \frac{1}{3} \dot{I}_B b =$$

$$= \dot{I}_B \left(-\frac{1}{3} b^2 + \frac{2}{3} - \frac{1}{3} b \right) = \dot{I}_B \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) = \dot{I}_B;$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{C0} + \dot{I}_{C1} + \dot{I}_{C2} = -\frac{1}{3} \dot{I}_B b^2 + \frac{2}{3} \dot{I}_B b - \frac{1}{3} \dot{I}_B =$$

$$= \dot{I}_B \left(-\frac{1}{3} b^2 + \frac{2}{3} b - \frac{1}{3} \right) = \dot{I}_B \left(\frac{1}{3} b + \frac{2}{3} b \right) = \dot{I}_B b = \dot{I}_C.$$

5.6.2. Симметричные составляющие токов в звезде без нейтрального провода при обрыве одной фазы. **При такой аварии токи в уцелевших фазах равны по величине и сдвинуты друг относительно друга по фазе на 180° (рис.38):**

$$\dot{I}_C = -\dot{I}_B.$$

Нетрудно убедиться, что нулевая составляющая рассматриваемой несимметричной трехфазной системы токов равна нулю:

$$\dot{I}_{A0} = \frac{1}{3}(\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C) = \frac{1}{3}(\dot{I}_B - \dot{I}_B) = 0,$$

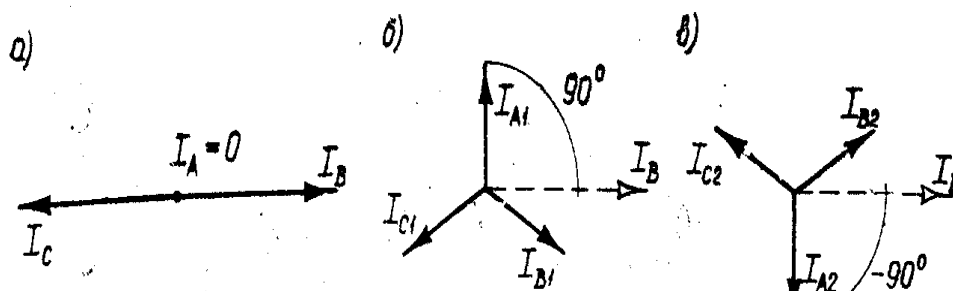


Рис.38

что подтверждает вывод об отсутствии нулевой составляющей в системе линейных токов приемника без нейтрального провода.

Для прямой и обратной симметричных составляющих имеем

$$\begin{aligned} \dot{I}_{A1} &= \frac{1}{3}(\dot{I}_A + \dot{I}_B b^2 + \dot{I}_C b) = \frac{1}{3}(\dot{I}_B b^2 - \dot{I}_B b) = \frac{1}{3} \dot{I}_B (b^2 - b); \\ \dot{I}_{A2} &= \frac{1}{3}(\dot{I}_A + \dot{I}_B b + \dot{I}_C b^2) = \frac{1}{3}(\dot{I}_B b - \dot{I}_B b^2) = -\frac{1}{3} \dot{I}_B (b^2 - b). \end{aligned}$$

Используя алгебраические выражения для оператора b и его квадрата

$$b = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad b^2 = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2},$$

становится очевидным, что $b^2 - b = j\sqrt{3}$. Для построения соответствующих векторов необходимо укоротить исходный вектор $\bar{I}_B$ в $\sqrt{3}$ раз и затем повернуть результат на 90° , в первом случае (рис.37) в положительную сторону (умножение на j), а во втором (рис.37) - в отрицательном направлении (умножение на $-j$). Остальные векторы двух симметричных составляющих достраиваем из соображений их принадлежности соответственно к прямой и обратной системам (рис.37). Пофазное сложение симметричных составляющих позволяет убедиться в справедливости разложения.

5.6.3. Симметричные составляющие токов в приемнике при обрыве двух фаз. Этот пример имеет смысл при соединении приемника звездой с

нейтральным проводом или треугольником, так как в звезде без нейтрального провода обрыв двух фаз означает отключение и третьей фазы. В первых же двух случаях в работе остается одна фаза, и трехфазная система токов вырождается в один ток в сохранившейся фазе, например в фазе A (рис.39), в то время как токи других фаз равны нулю ($I_B = I_C = 0$). В этом случае все три главных симметричных составляющих (в фазе A) оказываются одинаковыми:

$$\begin{aligned} i_{A0} &= \frac{1}{3}(i_A + i_B + i_C) = \frac{1}{3}i_A; & i_{A1} &= \frac{1}{3}(i_A + i_B b^2 + i_C b) = \frac{1}{3}i_A; \\ i_{A2} &= \frac{1}{3}(i_A + i_B b + i_C b^2) = \frac{1}{3}i_A, \end{aligned}$$

и равными одной трети тока i_A в уцелевшей фазе. Полностью все симметричные составляющие представлены для этого примера на рис.39.

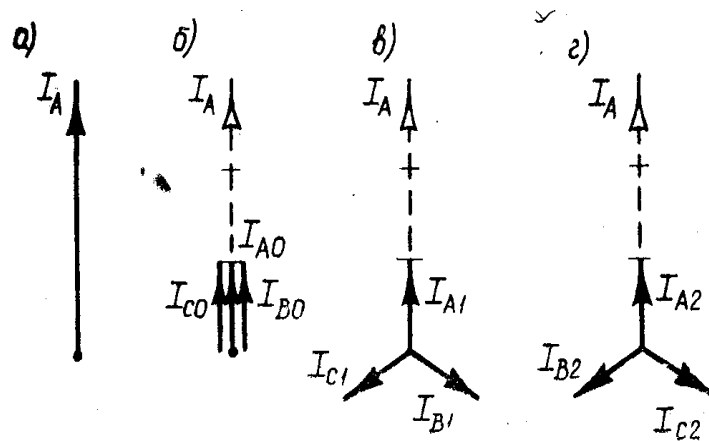


Рис.39

ЛИТЕРАТУРА

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Высш. школа, 1978.
2. Богословский А.С. Электрические цепи переменного тока. Т.1. – Л.: ВВМИЛУ, 1979.
3. Каплянский А.Е., Лысенко А.П., Полетовский Л.С. Теоретические основы электротехники. – М.: Высш. школа, 1972.
4. Электротехника. Анализ трехфазных цепей с помощью векторных диаграмм: Конспект лекций. / В.В. Колесников, В.В. Леонтьев, О.Л. Скворцов. – Л.: СЗПИ, 1988.

Предметный указатель

- В Вектор 7**
 - Виток 4**
- Г Генератор 4**
- Д Действующее значение 33**
 - Диаграмма:**
 - векторная 10**
 - топографическая 9**
- З Законы:**
 - Ома 18**
 - Кирхгофа 9**
- И Индекс 18**
 - Индуктивность 32**
- К Катушка 31**
 - Конденсатор 32**
 - Коэффициент:**
 - мощности 16**
 - несимметрии 48**
- М Мощность:**
 - активная 14**
 - комплексная 15**
 - мгновенная 15**
 - полная 14**
 - реактивная 14**
- Н Напряжение:**
 - линейное 9**
 - фазное 9**
- О Оператор 19**
- П Приемник 13**

Провод:

- линейный 17
- нейтральный 7

Проводимость 22

С Сдвиг фаз 33

Сопротивление:

- емкостное 32
- индуктивное 32
- комплексное 33
- полное 33
- нулевой
последовательности 49
- обратной
последовательности 49
- прямой
последовательности 49

Схема соединения:

- звезда 9
- треугольник 10

Т Ток:

- линейный 7
- фазный 11

У Узел 26

Э ЭДС 3